

Нейтрино и осцилляции

Дмитрий В. Наумов

ОИЯИ, Дубна, Россия
ИНФН, Флоренция, Италия

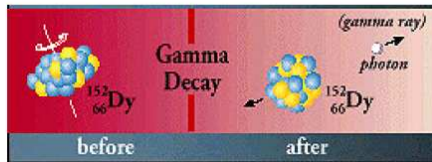
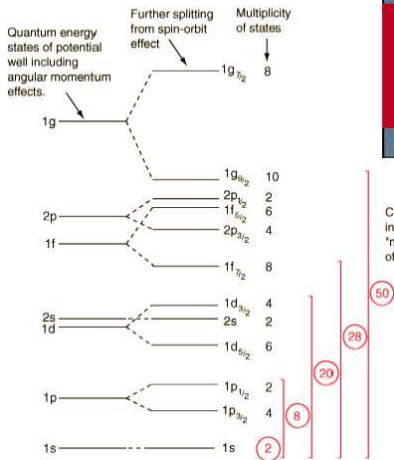
Летняя Школа

- 1 Рождение нейтрино
- 2 Взаимодействие нейтрино
- 3 Масса нейтрино
- 4 Нейтринные осцилляции

Теоретическое рождение нейтрино

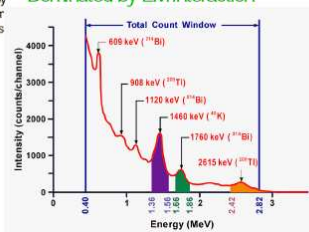
Экспериментальные странности

Radioactivity: decays



Closed shells indicated by 'magic numr of nucleons

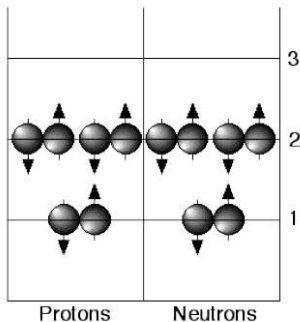
Dominated by EM interaction



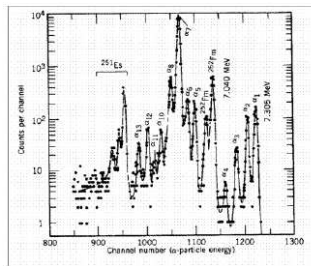
Теоретическое рождение нейтрино

Экспериментальные странности

Radioactivity: α decays



decay driven by strong interaction



Monochromatic energy spectrum

Quantized nuclear energy levels
energy emitted quanta

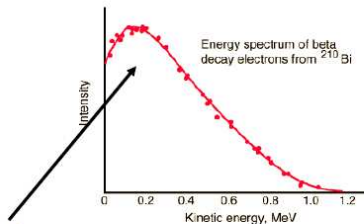
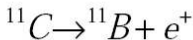
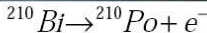
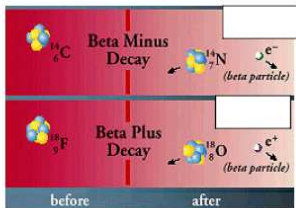
single

Теоретическое рождение нейтрино

Экспериментальные странности

Radioactivity: decay

Continuous energy distribution discovered by J. Chadwick, 1913
(later discovered the neutron, Nobel 1934)



how can this be understood in terms of nuclear energy levels?

continuous electron(positron) energy spectrum

Теоретическое рождение нейтрино

Экспериментальные странности

Непрерывный спектр электронов - странно!

- несохранение энергии-импульса в двух-частичных β распадах?
- несохранение момента импульса в двух-частичных β распадах?

Теоретическое рождение нейтрино

Письмо Паули от 4 декабря 1930

Дорогие радиоактивные дамы и господа! Я прошу Вас выслушать со вниманием в наиболее удобный момент посланца, доставившего данное письмо. Он расскажет Вам, что я нашел отличное средство для спасения закона сохранения энергии и получения правильной статистики... Оно заключается в возможности существования электрически нейтральных частиц, которые я назову нейтронами (частица, за которой в последствии закрепилась это название, была открыта через два года)...

Теоретическое рождение нейтрино

Письмо Паули от 4 декабря 1930 (продолжение)

Непрерывность бета-спектра станет понятной, если предположить, что при бета-распаде с каждым электроном испускается такой нейтрон, причем сумма энергии нейтрона и электрона постоянна... Итак, дорогой радиоактивный народ, рассматривайте и судите. К сожалению, я не могу появиться в Тюбингене лично, так как мое присутствие здесь необходимо из-за бала, который состоится в Цюрихе в ночь с 6 на 7 декабря.

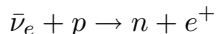
Ваш покорный слуга В. Паули



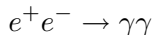
Экспериментальное обнаружение нейтрино

Электронное (анти) нейтрино

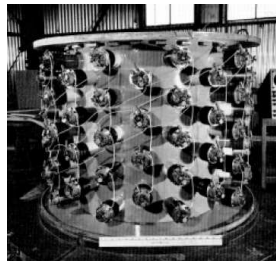
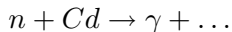
В 1953 Reines и Cowan открыли электронное антинейтрино в реакции



позитрон аннигилировал с электронами мишени детектора:



Через 15 микросекунд нейтрон захватывался кадмием из мишени детектора:

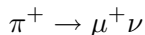


Экспериментальное обнаружение нейтрино

Мюонное нейтрино

Leon M. Lederman, Melvin Schwartz, Jack Steinberger в 1962 году обнаружили мюонное нейтрино:

- 15 ГэВ протоны сбрасывались на мишень и порождали пионы
- пионы распадались на мюоны и нейтрино (и в 10000 раз более подавленно на электрон и нейтрино):



- 13.5 метров стали поглощали все адроны, электроны и мюоны, но, конечно, были прозрачны для нейтрино. После защиты нейтрино имели возможность взаимодействовать:



Наблюдались только прямые треки: так было открыто мюонное нейтрино!!! Нобелевская премия в 1988 году

Экспериментальное обнаружение нейтрино

Мюонное нейтрино

Leon M. Lederman, Melvin Schwartz, Jack Steinberger в 1962 году обнаружили мюонное нейтрино:



Экспериментальное обнаружение нейтрино

Сколько сортов нейтрино?

После обнаружения двух сортов нейтрино электронного и мюонного стало ясно, что они рождаются с сохранением лептонного числа:

$$\begin{pmatrix} e & \mu \\ \nu_e & \nu_\mu \end{pmatrix}$$

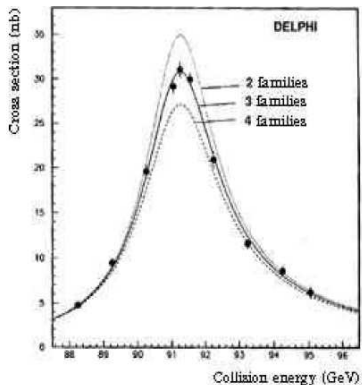
Возникает естественный

Вопрос *Сколько всего сортов нейтрино?*

Экспериментальное обнаружение нейтрино

Сколько сортов нейтрино?

В эксперименте DELPHI (CERN) в реакции $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \text{everything}$ измеренное сечение чувствительно к числу нейтрино, поскольку часть сечения происходит за счет:

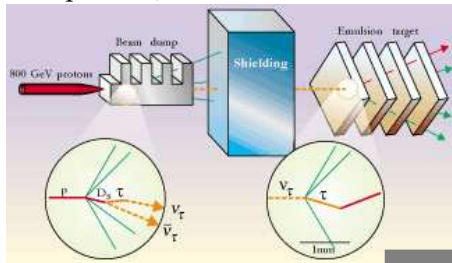
$$e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$$


DELPHI указывает на существование трех сортов нейтрино! [строго говоря, с массой $m_\nu < m_Z/2$]

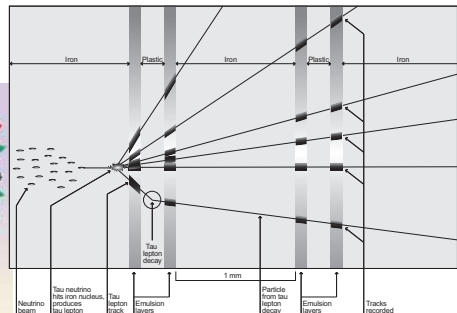
Экспериментальное обнаружение нейтрино

Обнаружение тау нейтрино

В эксперименте DONUT в 2000 году открыто третье нейтрино ν_τ



Detecting a Tau Neutrino



Экспериментальное обнаружение нейтрино

Обнаружено три сорта нейтрино?

У каждого нейтрино есть свое лептонное число, которое **казалось** сохраняющимся:

$$\begin{pmatrix} e & \mu & \tau \\ \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \end{pmatrix}$$

Возможны реакции типа:

$$\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p, \quad \tau^- \rightarrow \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu, \quad e^+ e^- \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$$

Сохранение лептонного числа запрещает реакции типа:

$$\nu_\mu n \rightarrow e^- p, \quad \tau^- \rightarrow \nu_e \mu^- \bar{\nu}_\mu, \quad e^+ e^- \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_\mu$$

- 1 Рождение нейтрино
- 2 Взаимодействие нейтрино
- 3 Масса нейтрино
- 4 Нейтринные осцилляции

Сила взаимодействия нейтрино

Нейтрино взаимодействует **слабо**. По сравнению с чем слабо?
 Представим себе некоторую нестабильную частицу, состоящую из других более элементарных объектов, которые взаимодействуют между собой посредством одного из взаимодействий:

- сильного (нуклоны в ядрах)
- электромагнитного (электроны и протона в атомах)
- слабого (в β распадах)

Время жизни такой нестабильной частицы будет тем меньше, чем более сильно взаимодействуют между собой составные элементарные объекты:

$$\tau \sim \frac{1}{\text{ИНТЕНСИВНОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ}}$$

Сила взаимодействия нейтрино

Приведем несколько примеров:

- распад $\rho \rightarrow \pi\pi$ (сильное взаимодействие): $\tau \sim 10^{-24}$ секунды
- распад $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (электромагнитное взаимодействие): $\tau \sim 10^{-16}$ секунды
- распад $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu$ (слабое взаимодействие): $\tau \sim 10^{-8}$ секунды

Как видим, **интенсивность взаимодействия** слабого взаимодействия действительно мала по сравнению с сильным или электромагнитным. Это делает экспериментирование с нейтрино очень нетривиальной задачей!

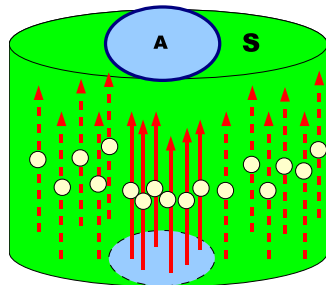
Сила взаимодействия нейтрино

Сечение рассеяния

Сечение рассеяния
определяется как:

$$\text{сечение} = \frac{\text{число рассеяний}}{\text{ПОТОК}}$$

Число \bigcirc **N** Число попаданий
Площадь **S** в $A = A \times \text{Поток}$
Поток **N/S**



Сила взаимодействия нейтрино

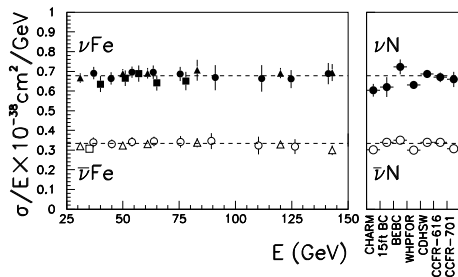
Сечение рассеяния

Сечение рассеяния
нейтрино на нуклоне:

$$\sigma_{\nu N} = 0.677 \cdot 10^{-38} \frac{E_{\nu}}{\text{ГэВ}} \text{см}^2$$

Сечение рассеяния
нейтрино на
электроне:

$$\sigma_{\nu e} = 1.723 \cdot 10^{-44} \frac{E_{\nu}}{\text{МэВ}} \text{см}^2$$



Сила взаимодействия нейтрино

Какое расстояние пройдет нейтрино с $E_\nu = 1$ МэВ в Солнце до первого взаимодействия?

Это легко вычислить в уме:

$$\lambda = \frac{\langle A \rangle}{\sigma_{\nu e} \langle Z \rangle N_A \rho} \approx \frac{1}{1.723 \cdot 10^{-44} \text{см}^2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 1.4 \text{см}^{-3}} \approx 7 \cdot 10^{19} \text{см}$$

$$\lambda = 10^9 R_\odot$$

Вопрос Как же детектировать нейтрино?

Ответ Использовать *ОЧЕНЬ* интенсивные пучки нейтрино и *МАССИВНЫЕ* детекторы!

Где регистрируют нейтрино

- Нейтрино от Солнца
- Атмосферные нейтрино
- Нейтрино от ускорителей
- Реакторные нейтрино
- Астрофизические нейтрино (сверхновые, космологические, ГЗК, и другие)
- Геофизические нейтрино
- Нейтринные фабрики

- 1 Рождение нейтрино
- 2 Взаимодействие нейтрино
- 3 **Масса нейтрино**
- 4 Нейтринные осцилляции

Чему равна масса нейтрино?

Масса нейтрино мала, много меньше массы электрона, это следовало еще из письма Паули. Равна ли она нулю как масса фотона? На сегодняшний день ставятся только ограничения,

прямые:

- из распадов $\pi \rightarrow \mu\nu$

$$m_{\nu_\mu} < 170 \text{ кэВ}$$

- из распада ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$

$$m_\nu < 3 \text{ эВ}$$

и косвенные:

- из осцилляций нейтрино

$$m_\nu < 23 \text{ эВ}$$

- из КОСМОЛОГИИ

$$\sum m_\nu < 0.6 \text{ эВ}$$

Чему равна масса нейтрино?

Теоретически у нейтрино может быть не равная нулю масса. Более того, не обязательно, чтобы состояния

$$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$$

обладали определенной массой, возможно, что их смесь обладает определенной массой!

Вопрос Неужели такое может быть? Естественно ли это?!

Ответ Да, такое может быть. В природе есть такой пример: система нейтральных K -мезонов!

Было замечено, что в реакциях с бомбардированием мишени протонами, Λ гипероны рождаются почти всегда в паре с K^0 . Однако K^0 потом распадался странным образом: на два пиона или три пиона:

$$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \quad K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$$

Немного о нейтральных каонах

Вопрос *В чем тут странность?*

Ответ *В том, что состояния $\pi^+\pi^-$ и $\pi^+\pi^-\pi^0$ обладают разной четностью, т.е. волновая функция не меняет знак при перестановке местами $\pi^+\pi^-$ и меняет знак при перестановке $\pi^+\pi^-\pi^0$*

Чтобы решить эту проблему пришлось ввести еще одну частицу \bar{K}^0 и постулировать, что состояния, рождающиеся во взаимодействиях: K^0 и \bar{K}^0 есть суперпозиция состояний с определенной четностью:

$$\begin{aligned}
 K_S &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0) \text{ положительная четность} \\
 K_L &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0) \text{ отрицательная четность}
 \end{aligned}$$

Время жизни K_L почти в 500 раз времени жизни K_S !

Немного о нейтральных каонах

Любопытно, что, например, K_S есть суперпозиция K^0 и \bar{K}^0 , а значит в пучке K_S всегда будет примесь K_L . Аналогично в пучке K_L будет примесь K_S .

$$\begin{aligned} K^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K_S + K_L) \\ \bar{K}^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (K_S - K_L) \end{aligned}$$

Эти два состояния *осциллируют, превращаясь по пути друг в друга!* [правда, оба пучка затухают с расстоянием из-за распадов]

Опять о массе нейтрино

Таким образом из системы с нейтральными каонами мы можем сделать вывод:

В природе есть случаи когда рождающиеся частицы суть суперпозиция состояний с определенными квантовыми числами.

Вопрос *Если это так, то что эта гипотеза означает для нейтрино?*

Ответ *Нейтрино тоже будут осциллировать!*

- 1 Рождение нейтрино
- 2 Взаимодействие нейтрино
- 3 Масса нейтрино
- 4 Нейтринные осцилляции

Состояния взаимодействия и массовые состояния - не обязательно одно и то же

$$|\nu_\alpha\rangle = \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix}, \quad |\nu_i\rangle = \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix} \quad (1)$$

$|\nu_\alpha\rangle$ это линейная суперпозиция $|\nu_i\rangle$:

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix} \quad (2)$$

Нам известно решение уравнения Дирака для свободных полей:

$$|\nu_i\rangle = e^{-ip_i \cdot x_i} |\nu_i(0)\rangle = e^{+i\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{x}_i - iE_i t_i} |\nu_i(0)\rangle.$$

Рассмотрим сначала для простоты случай двух нейтрино (ν_e и ν_μ).

Предположим, что в некоторой реакции родилось электронное нейтрино ν_e (например, в результате ядерных реакций в Солнце). В начальный момент времени волновая функция электронного нейтрино запишется в виде $|\nu_e(0)\rangle$. Спустя некоторое время t , когда нейтрино пройдет расстояние x волновая функция запишется в виде:

$$|\nu_e\rangle = U_{e1}e^{-ip_1x_1} |\nu_1(0)\rangle + U_{e2}e^{-ip_2x_2} |\nu_2(0)\rangle.$$

В случае смешивания только двух нейтрино матрица смешивания может быть записана в виде:

$$\begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

Используя (3), можно переписать волновые функции электронного и мюонного нейтрино в виде:

$$|\nu_e\rangle = \cos \Theta e^{-ip_1 x_1} |\nu_1(0)\rangle + \sin \Theta e^{-ip_2 x_2} |\nu_2(0)\rangle. \quad (4)$$

$$|\nu_\mu\rangle = -\sin \Theta e^{-ip_1 x_1} |\nu_1(0)\rangle + \cos \Theta e^{-ip_2 x_2} |\nu_2(0)\rangle. \quad (5)$$

Вычислим теперь амплитуду перехода между нейтрино ν_e и ν_μ :

$$A_{e\mu} \equiv \langle \nu_\mu(x) | \nu_e(0) \rangle = \sin \Theta \cos \Theta \left(-e^{-ip_1 x_1} \langle \nu_1(0) | \nu_1(0) \rangle + e^{-ip_2 x_2} \langle \nu_2(0) | \nu_2(0) \rangle \right)$$

Для нашего рассмотрения можно положить нормировки $\langle \nu_1(0) | \nu_1(0) \rangle = \langle \nu_2(0) | \nu_2(0) \rangle = 1$, тогда амплитуда становится:

$$A_{e\mu} = \frac{1}{2} \cdot \sin 2\Theta (-e^{-ip_1x_1} + e^{-ip_2x_2})$$

Вероятность процесса пропорциональна квадрату модуля амплитуды:

$$\begin{aligned} P_{e\mu} &= |A_{e\mu}|^2 = \frac{1}{4} \cdot \sin^2 2\Theta | -e^{-ip_1x_1} + e^{-ip_2x_2} |^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sin^2 2\Theta (1 - \cos(p_1x_1 - p_2x_2)) \\ &= \sin^2 2\Theta \sin^2 \frac{p_1x_1 - p_2x_2}{2} \end{aligned}$$

Вычислим разность фаз $\phi_{12} = p_1 x_1 - p_2 x_2$ в рамках *стандартного предположения*:

- В ультррелятивистском случае можно положить $t_1 = t_2 = |\mathbf{x}_1| = |\mathbf{x}_2| = L$, где L - это расстояние между точками рождения и детектирования нейтрино.

$$\begin{aligned} \phi_{12} &= (E_1 - E_2)L - (p_1 - p_2)L = \left(\frac{E_1^2 - E_2^2}{E_1 + E_2} - \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_1 + p_2} \right) L \\ &\approx \frac{m_1^2 - m_2^2}{2E} L \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, вероятность

$$P_{e\mu} = \sin^2 2\Theta \sin^2 \frac{m_1^2 - m_2^2}{4E} L \quad (7)$$

Вероятность выживания ν_e есть $1 - P_{e\mu}$:

$$P_{ee} = 1 - \sin^2 2\Theta \sin^2 \frac{m_1^2 - m_2^2}{4E} L$$

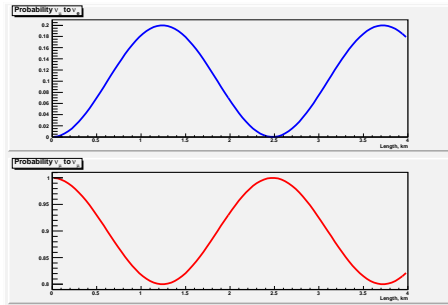
Подставим числа:

$$P_{e\mu} = \sin^2 2\Theta \sin^2 \frac{1.27\Delta m^2}{E(\text{GeV})} L(\text{km})$$

$$P_{ee} = 1 - \sin^2 2\Theta \sin^2 \frac{1.27\Delta m^2}{E(\text{GeV})} L(\text{km})$$

Длина осцилляции λ_{osc}
определяется так, что:

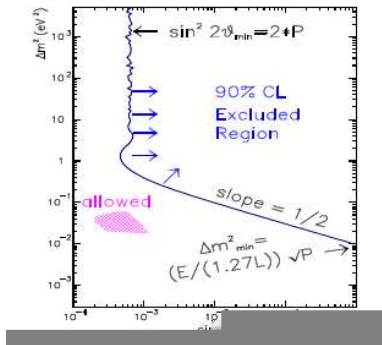
$$\lambda_{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2} \text{ фаза равна } \pi$$



Масштабы нейтринных осцилляций

| Источник нейтрино | $\langle E_\nu \rangle$ | Δm^2 эВ ² | λ_{osc} , км |
|-------------------|-------------------------|------------------------------|----------------------|
| Солнце | 1 МэВ | 10^{-11} | $1.5 \cdot 10^8$ |
| Ускоритель | 10 ГэВ | 10^{-2} | 700 |
| Реактор | 10 МэВ | 10^{-4} | 100 |
| Атмосферные | 10 ГэВ | 10^{-3} | 6400 |

Как экспериментаторы видят или не видят нейтринные осцилляции



Наблюдение (не
 наблюдение) осцилляций
 представляется
 разрешенной (запрещенной)
 областью в плоскости
 параметров $\Delta m^2, \sin^2 2\theta$

Обобщение квантовомеханической формулы для трех нейтрино

Легко теперь обобщить случай двух нейтрино на случай смешивания трех нейтрино. Предположим, в некоторой реакции родилось нейтрино ν_α . Волновая функция этого состояния записывается в виде когерентной суперпозиции волновых функций массивных состояний $|\nu_i\rangle$:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} e^{-ip_i x_i} |\nu_i(0)\rangle$$

Таким образом

$$P_{\alpha\beta} \equiv |\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha(0) \rangle|^2 = \sum_{ij} U_{\alpha i} U_{i\beta}^* U_{\alpha j}^* U_{j\beta} e^{-i(p_i x_i - p_j x_j)}$$

Обобщение квантовомеханической формулы для трех нейтрино

В рамках того же стандартного предположения $t = x = L$ легко получить:

$$P_{\alpha\beta} \equiv |\langle \nu_\beta(x) | \nu_\alpha(0) \rangle|^2 = \sum_{ij} U_{\alpha i} U_{i\beta}^* U_{\alpha j}^* U_{j\beta} e^{-i \frac{m_1^2 - m_2^2}{2E} L} \quad (8)$$

Почему после всего этого квантовомеханический вывод формулы неправилен?

Рассмотрим пример распада пиона на лептон и нейтрино. Из закона сохранения следует, что родившееся нейтрино должно обладать определенной энергией и определенным импульсом. И энергия и импульс массивных нейтрино с разными массами m_i и m_j разные. Следовательно, скорости массивных нейтрино ν_i и ν_j тоже разные: $\mathbf{v}_i = \mathbf{p}_i/E_i \neq \mathbf{v}_j = \mathbf{p}_j/E_j$. Если у двух нейтрино разные скорости, то расстояние L они пройдут за разное время:

$$t_i = \frac{L}{v_i} = L \frac{E_i}{p_i} \neq t_j = \frac{L}{v_j} = L \frac{E_j}{p_j}$$

Почему после всего этого квантовомеханический вывод формулы неправилен?

Вычислим теперь разность фаз с учетом того, что время распространения двух нейтрино разное:

$$\begin{aligned}
 \phi_{ij} &= (E_i t_i - E_j t_j) - (p_i - p_j) L \\
 &= \left(\frac{E_i}{v_i} - \frac{E_j}{v_j} - (p_i - p_j) \right) L \\
 &= \left(\frac{E_i^2}{p_i} - \frac{E_j^2}{p_j} - (p_i - p_j) \right) L \\
 &= \left(\frac{p_i^2 + m_i^2}{p_i} - \frac{p_j^2 + m_j^2}{p_j} - (p_i - p_j) \right) L \\
 &= \frac{m_i^2 - m_j^2}{p} L
 \end{aligned} \tag{9}$$

Почему после всего этого квантовомеханический вывод формулы неправилен?

Разность фаз:

$$\phi_{ij} = \frac{m_i^2 - m_j^2}{p} L$$

получилась в два раза большей по сравнению со стандартной:

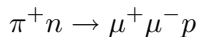
$$\phi_{ij} = \frac{m_i^2 - m_j^2}{p} 2L$$

Вопрос *Какая же формула правильна?*

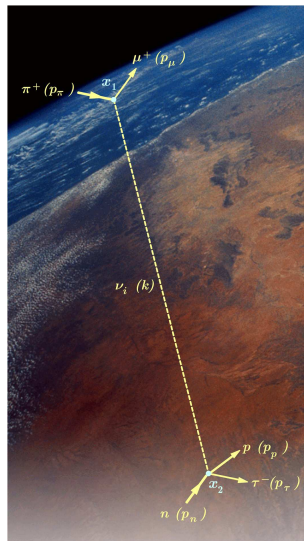
Ответ *Чтобы ответить на этот вопрос обратимся к теории поля*

Нейтринные осцилляции из теории поля

Рассмотрим процесс:



Массовое нейтрино ν_k в виртуальном состоянии между двумя точками пространства-времени: рождения ($x_1 = (t_1, \mathbf{x}_1)$) и поглощения ($x_2 = (t_2, \mathbf{x}_2)$).



Нейтринные осцилляции из теории поля

Амплитуда нашей макроскопической диаграммы есть:

$$A = \langle \mu^+, e, p | -iT \int d^4x_1 \mathcal{L}_P(x_1) \int d^4x_2 \mathcal{L}_D(x_2) | \pi^+, n \rangle$$

Для рассматриваемого нами процесса, лагранжианы $\mathcal{L}_P(x_1)$, $\mathcal{L}_D(x_2)$:

$$\mathcal{L}_P(x_1) = \frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} \sum_i U_{\mu i}^* H_\pi^\alpha(x_1) \bar{\nu}_i(x_1) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \mu(x_1),$$

$$\mathcal{L}_D(x_2) = \frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} \sum_j U_{ej} \bar{p}(x_2) \gamma_\alpha (1 - \lambda \gamma_5) n(x_2) \cdot \bar{e}(x_2) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu_i(x_2)$$

Нейтринные осцилляции из теории поля

Волновые функции конечных состояний можно представить в виде плоских волн:

$$\psi(x) = e^{-ipx}$$

Волновые функции начальных состояний в общем случае нельзя считать плоскими волнами, поскольку, как правило мишень находится в детекторе в связанном состоянии, да и частица из пучка также может описываться более сложной функцией. Поэтому представим:

$$\begin{aligned} \Phi_\pi(x_1) &= e^{-iE_P t_1} \Psi_P(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_P) \\ \Phi_n(x_2) &= e^{-iE_D t_2} \Psi_D(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_D) \end{aligned} \quad (10)$$

Волновые функции $\Psi_P(\mathbf{x})$ и $\Psi_D(\mathbf{x})$ определены так, чтобы иметь максимум в нуле своего аргумента $\mathbf{x} = 0$ и быстро убывать при больших \mathbf{x} .

Нейтринные осцилляции из теории поля

Опуская математику:

$$\mathcal{M}(x_1, x_2) \propto \sum_i U_{\mu i}^* U_e \int d^4 y_1 d^4 y_2 A_2(x_2 - y_2) G_j(y_2 - y_1) A_1(y_1 - x_1),$$

где $A_1(y_1 - x_1)$ и $A_2(x_2 - y_2)$ это амплитуды точек распада и детектирования нейтрино.

Нейтринные осцилляции из теории поля

$$\begin{aligned}
 G_j(y_2 - y_1) &= \langle 0 | T [\nu_j(y_1) \bar{\nu}_j(y_2)] | 0 \rangle \\
 &= i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\hat{q} - m_j}{q^2 - m_j^2 + i0} e^{iq(y_2 - y_1)}
 \end{aligned}$$

пропагатор нейтрино между двумя точками y_1 and y_2 ($T[\dots]$ это оператор упорядочивания по времени).

Нейтринные осцилляции из теории поля

Опустим еще несколько страниц формул и получим:

$$A \propto \frac{1}{L} \sum_i U_{\mu i}^* U_{ei} e^{i\sqrt{E_\nu - m_i^2}L} A(\pi \rightarrow \mu\nu) \otimes A(\nu n \rightarrow pe) \otimes \sqrt{S}$$

Соответственно, модуль квадрата амплитуды $|A|^2$ может быть представлен как произведение квадратов модулей амплитуд процессов, соответствующих распаду пиона и взаимодействию нейтрино с нейтроном. После интегрирования по фазовому объему вероятность нашего процесса будет пропорциональна

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{L^2} \Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu) \sigma(\nu + n \rightarrow p + e) \sum_{i,j} U_{\mu i}^* U_{ei} U_{\mu j} U_{ej}^* e^{ik_i L} e^{-ik_j L} \\ &= \frac{1}{L^2} \Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu) \sigma(\nu + n \rightarrow p + e) \sum_{i,j} U_{\mu i}^* U_{ei} U_{\mu j} U_{ej}^* e^{-i\frac{m_1^2 - m_2^2}{2E}L} S. \end{aligned}$$

Нейтринные осцилляции из теории поля

Мы получили стандартную формулу для осцилляций с “правильной” фазой

$$\frac{m_1^2 - m_2^2}{2E} L.$$

Кроме этого, в формуле появился еще один множитель S , который необходимо расшифровать:

$$S = e^{-\left(\frac{L}{L_{ij}^{coh}}\right)^2} \times e^{-\left(\frac{L_{loc}}{\lambda_{ij}^{osc}}\right)^2}$$

где длина когерентности:

$$L_{ij}^{coh} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{E_\nu}{\sigma_p} \lambda_{ij}^{osc}, \sigma_p \text{ неопределенность в импульсе источника}$$

Нейтринные осцилляции из теории поля

и длина локализации детектора:

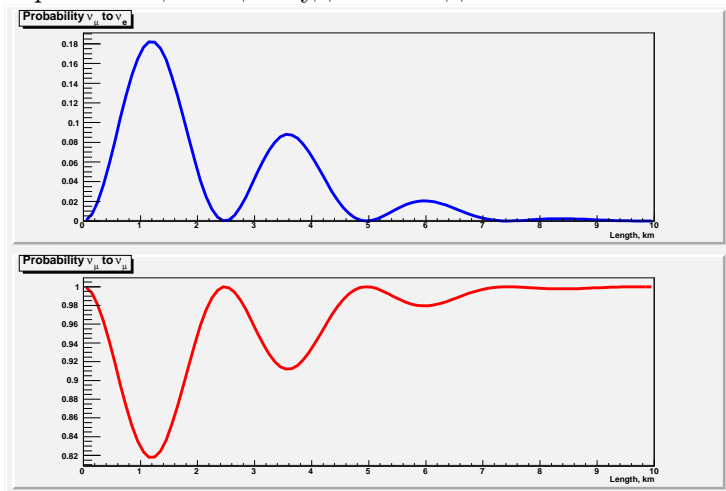
$$L_{loc}$$

определяет степень размытости детектора нейтрино и точности измерения импульсов нейтрино. Нейтринные осцилляции экспоненциально подавлены для

- $L \gg L_{ij}^{coh}$ из-за размывания пакетов нейтрино с разными массами
- $\lambda_{ij}^{osc} \ll L_{loc}$ из-за того, что длина осцилляции меньше неопределенности координаты детектора

Нейтринные осцилляции из теории поля

Предположим, что неопределенность в импульсе пиона 10%, тогда картина осцилляций будет выглядеть вот так:



Нейтрино и нейтринные осцилляции

- Мы проследили путь от теоретической идеи о существовании нейтральной легкой частицы, которая могла бы спасти закон сохранения энергии-импульса в β распаде до ее экспериментального обнаружения.
- экспериментально было обнаружено, что существуют три нейтрино с сохраняющимися лептонными числами: ν_e, ν_μ, ν_τ
- задумавшись о том, есть ли масса у нейтрино, мы, пользуясь аналогией с нейтральными каонами, предсказали возможное нарушение лептонного числа в нейтринных осцилляциях.

Нейтрино и нейтринные осцилляции

- квантово-механический вывод формулы для осцилляций дает почти правильный ответ, но обладает само-несогласованностью и сомнительными предположениями.
- правильный вывод формулы следует из квантовой теории поля (учите теорию!), кроме этого, предсказывается подавление осцилляций для случаев размытия импульсного распределения и/или неопределенности в координате источника и детектора.
- Экспериментальная проверка существования нейтринных осцилляций, это работа десятков тысяч людей в течение последних 30-40 лет. Это предмет следующих лекций.