

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение Иркутский  
Государственный Университет

---

Международная организация Объединенный Институт  
Ядерных Исследований  
Лаборатория Ядерных Проблем

Физический факультет  
Кафедра теоретической физики  
Заведующий кафедрой  
Профессор Валл А. Н.

---

**Дипломная работа**  
**Осцилляции нейтрино в веществе в рамках квантовой  
теории поля**

Руководители:  
\_\_\_\_\_ к.ф.-м.н. Наумов Д. В.  
(ОИЯИ),  
\_\_\_\_\_ д.ф.-м.н. Кало-  
шин А. Е. (ИГУ)  
Студент группы 1511  
\_\_\_\_\_ Потапова И.В.  
Работа защищена  
с оценкой \_\_\_\_\_  
“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2010

Рецензент:  
\_\_\_\_\_ к.ф.-м.н.  
Раджабов А.Е.

Нормоконтролер:  
\_\_\_\_\_ Солдатенко О. Н

Дубна-Иркутск 2010 г.

## Задание на дипломную работу

Изучить явление осцилляций нейтрино в нерелятивистской квантовой механике. Вывести формулы для вероятности осцилляций в вакууме и в веществе. Рассмотреть описание нейтрино и вывод формулы для вероятности в рамках квантовой теории поля с использованием ковариантных волновых пакетов, описывающих начальные и конечные частицы. Построить удобную процедуру для решения уравнения типа Дайсона на пропагатор нейтрино в веществе.

## Реферат

В данной работе рассмотрено описание осцилляций нейтрино в рамках нерелятивистской квантовой механики и теории поля. Указаны некоторые противоречия в квантовомеханическом подходе. В качестве непротиворечивой теории изучен квантополевоый подход с волновыми пакетами. Рассмотрено прохождение нейтрино через движущуюся материю. Для упрощения процедуры обращения пропагатора нейтрино применен базис на основе проекционных операторов.

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Осцилляции нейтрино</b>	<b>5</b>
1.1	Вакуумные осцилляции . . . . .	5
1.1.1	Смешивание двух нейтрино . . . . .	5
1.1.2	Смешивание трех нейтрино . . . . .	7
1.2	Осцилляции в веществе . . . . .	7
1.3	Недостатки квантовомеханического подхода . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Теория волновых пакетов в КТП</b>	<b>10</b>
2.1	Общий формализм . . . . .	11
2.2	Релятивистский гауссов пакет . . . . .	14
2.2.1	Приближение нерасплывающихся волновых пакетов . . . . .	16
2.3	Резюме . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Макропроцессы</b>	<b>18</b>
3.1	Проекционный базис . . . . .	22
3.2	Процедура обращения . . . . .	25

# Введение

Нейтрино стало известно в физике с того момента, когда В. Паули в письме Физическому обществу Тюбингена [1] постулировал существование частицы с полуцелым спином и близкой к нулю массой, для того, чтобы обеспечить сохранение энергии, импульса и углового момента в бета-распаде ядер. Несколько позже Э. Ферми назвал эту частицу нейтрино. В отличие от лептонов и кварков нейтрино не имеет ни электрического, ни цветового заряда и взаимодействует с веществом только в слабых процессах за счет обмена заряженными и нейтральными промежуточными бозонами.

Ненулевая разница масс нейтрино обеспечивает возможность смешивания, которое, в свою очередь, должно неизбежно приводить к существованию нейтринных осцилляций, которые являются сегодня популярным решением ряда экспериментальных аномалий с солнечными, атмосферными, ускорительными и реакторными нейтрино.

# Глава 1

## Осцилляции нейтрино

### 1.1 Вакуумные осцилляции

Нейтринные осцилляции представляют собой периодический процесс полного или частичного изменения аромата движущегося нейтринного пучка. Наблюдение нейтринных осцилляций возможно, если нейтрино имеет массу и реализуется гипотеза смешивания.

Имеем случай, когда в момент  $t = 0$  источник, находящийся в точке  $x$  испускает нейтрино определенного типа с фиксированной энергией  $E$  и импульсом  $p$ . Тогда состояние нейтрино с определенным флейвором может быть записано как суперпозиция массовых состояний:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i V_{\alpha i} |\nu_i\rangle,$$

где  $\alpha = e, \mu, \tau$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $V$  - унитарная матрица смешивания ( $\sum_i V_{\alpha i} V_{i\beta}^\dagger = \delta_{\alpha\beta}$ ).

Эволюция во времени определяется:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i V_{\alpha i} e^{-\frac{i}{\hbar} H_i t} |\nu_i(0)\rangle.$$

Тогда амплитуда перехода между нейтрино  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ :

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \langle \nu_\alpha | \nu_\beta(t) \rangle = \sum_i V_{\alpha i} V_{\beta i}^* e^{i E_i t}. \quad (1.1)$$

#### 1.1.1 Смешивание двух нейтрино

Рассмотрим случай двухнейтринных осцилляций. Тогда матрица смешивания - унитарная матрица  $2 \times 2$ :

$$V = \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{i\delta} \sin \theta \\ -e^{-i\delta} \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix},$$

$\theta$  - угол смешивания. Фаза  $e^{\pm i\delta}$  отвечает за CP-нарушение. Будем считать, что CP-симметрия сохраняется, т. е. фазовый множитель принимает значения 1 или  $i$  [2].

Состояния  $|\nu_e\rangle$  и  $|\nu_\mu\rangle$  в массовом базисе задаются в виде:

$$\begin{aligned} |\nu_e\rangle &= \cos\theta |\nu_1\rangle + \sin\theta |\nu_2\rangle, \\ |\nu_\mu\rangle &= -\sin\theta |\nu_1\rangle + \cos\theta |\nu_2\rangle. \end{aligned}$$

Угол смешивания лежит в интервале  $0 \leq \theta \leq \pi/4$ .

Вероятность перехода электронного нейтрино в мюонное (из 1.1):

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x) = \sum_{i,j} V_{ei} V_{\mu i}^* V_{ej}^* V_{\mu j} e^{iE_i t} e^{-iE_j t} = |A_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{1}{2}(E_2 - E_1)t.$$

Здесь вероятность выражена как функция времени  $t$ . Если учесть, что скорость распространения нейтрино  $\approx 1$ , то для ультрарелятивистского предела

$$E_2 - E_1 = \sqrt{\vec{p}_2^2 + m_2^2} - \sqrt{\vec{p}_1^2 + m_1^2} = \frac{\Delta m_{21}^2}{2p}, \quad t \approx x.$$

Тогда вероятность обнаружить  $\nu_\mu$  на расстоянии  $x$  вместо  $\nu_e$ , испущенного в момент  $x = 0$  равна:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 x}{4p} = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi x}{L}, \quad (1.2)$$

где  $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$ ,  $L = \frac{4\pi p}{\Delta m^2}$  - длина осцилляций. Амплитуда осцилляций зависит от угла смешивания  $\theta$  и достигает максимума при  $\theta = 45$ , при этом электронное нейтрино в точках  $x = L(n + 1/2)$  ( $n$ - целое) полностью переходит в мюонное.

Фазу в выражении (1.2) можно переписать в другой системе единиц:

$$\frac{\Delta m_{21}^2 x}{4p} = 1,27 \left( \frac{\Delta m_{21}^2}{eV^2} \right) \left( \frac{L}{km} \right) \left( \frac{GeV}{E} \right), \quad (1.3)$$

здесь энергия измеряется в  $GeV$ , длина - в километрах, разница масс - в  $eV$ . Первый максимум осцилляций возникает приблизительно при

$$\frac{L(km)}{E(GeV)} = \frac{\pi}{2 \cdot 1,27 \Delta m_{21}^2 (eV)} = \frac{1}{\Delta m_{21}^2 (eV)}.$$

Из выражений (1.2) и (1.3) следует, что

- в экспериментах по поиску осцилляций определяется не масса нейтрино, а величина  $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ;
- для наблюдения осцилляций необходимо, чтобы хотя бы для одной разности квадратов нейтринных масс выполнялось условие  $\Delta m_{ij}^2 \geq E/L$ .

## 1.1.2 Смешивание трех нейтрино

При осцилляциях трех типов нейтрино матрица  $V$  называется матрицей смешивания Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты [3]:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & c_{13}s_{12} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - c_{12}s_{13}s_{23} e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23} e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}c_{23} e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - c_{23}s_{13}s_{12} e^{i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix},$$

где  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ . При смешивании трех типов нейтрино имеются три угла смешивания и одна  $CP$ -нарушающая фаза  $\delta$ , из трех возможных значений  $\Delta m_{ij}^2$  независимыми являются два. Таким образом, в формализме трехароматовых осцилляций присутствуют 6 независимых параметров. Вероятность перехода нейтрино сорта  $\alpha$  в нейтрино сорта  $\beta$  может быть записана (в случае сохранения  $CP$ -четности):

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \sum_j |V_{\alpha j}|^2 |V_{\beta j}|^2 + 2 \sum_{j < i} \text{Re}[V_{\alpha j} V_{\beta j} V_{\alpha i} V_{\beta i}] \cos \frac{\Delta m_{ij}^2 x}{2p} = \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j < i} V_{\alpha j} V_{\beta j} V_{\alpha i} V_{\beta i} \sin^2 \frac{\Delta m_{ij}^2 x}{2p}. \end{aligned}$$

## 1.2 Осцилляции в веществе

Рассмотрим влияние эффекта на примере двух нейтрино. Определим состояние во флейворном базисе как

$$\psi_f = \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_\mu \end{pmatrix}, \quad \psi_m = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad \text{причем } \psi_f = V \psi_m, \quad \psi_m = V^\dagger \psi_f.$$

Запишем уравнение Шредингера:

$$i \frac{\partial \psi_f}{\partial t} = U \hat{H} U^\dagger \psi_f + W \psi_f,$$

$$\text{где } H = p + \frac{m^2}{2p}, \quad U \hat{H} U^\dagger = \begin{pmatrix} H_{11} & 0 \\ 0 & H_{22} \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} W_z + W_e & 0 \\ 0 & W_z \end{pmatrix}.$$

$\nu_e$  может рассеиваться на электроне за счет обмена  $Z^0$  и  $W^\pm$ -бозоном, а  $\nu_\mu$  только  $W^\pm$ -бозоном [4] (рис. 1.1)

После преобразований получаем выражение для вероятности осцилляций:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \sin^2 2(\theta + \theta_m) \sin^2 \frac{\pi x}{L_m}. \quad (1.4)$$

Угол смешивания в веществе  $\theta_m$  связан с углом смешивания в вакууме  $\theta$  соотношением:

$$\tan 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta + L/L_0}, \quad (1.5)$$



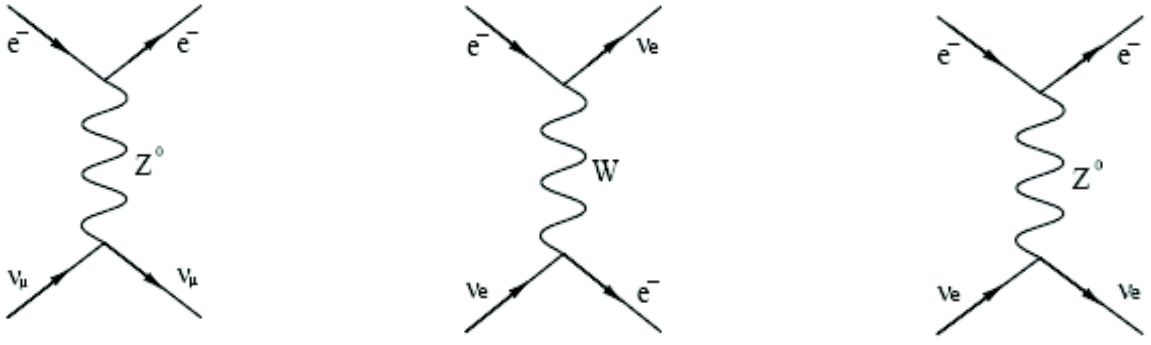


Рис. 1.1: Диаграммы для  $\nu_\mu e^-$ -рассеяния и  $\nu_e e^-$ -рассеяния

где  $L_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}G_F N_e}$  - длина, характеризующая длину нейтринно-электронного взаимодействия,  $G_F$  - константа Ферми,  $N_e = \pi N_0 Z/A$  - плотность электронов в веществе,  $N_0$  - число Авогадро,  $Z/A$  - среднее отношение заряда к массе. Эффективная длина осцилляций в веществе:

$$L_m = L \left[ 1 + \left( \frac{L}{L_0} \right)^2 + \left( \frac{2L}{L_0} \right) \cos 2\theta \right]^{-1/2}. \quad (1.6)$$

Из выражений (1.5) и (1.6) видно, что  $\theta_m$  и  $L_m$  зависят от угла  $\theta$  и от длины вакуумных осцилляций  $L$  и, следовательно, от  $\frac{\Delta m_{12}^2}{E}$ . При плотности электронов  $N_e \rightarrow 0$  и  $\theta_m \rightarrow \theta$   $L_m \rightarrow L$  и вероятность осцилляций в веществе (1.4) переходит в выражение (1.2) для случая вакуума.

Михеев и Смирнов обнаружили интересное резонансное явление при  $m_2 > m_1$  [5]. При  $|L|/L_e \gg \cos 2\theta$  осцилляции могут получить усиление за счет резонансного эффекта. Даже при очень малых значениях вакуумных углов смешивания  $\theta$  параметр  $\theta_m$  может иметь в веществе значение  $\pi/4$  (максимальное смешивание), когда плотность электронов удовлетворяет условию:

$$N_e^{\text{рез}} = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos \theta}{2 \frac{2}{G_F} E}.$$

### 1.3 Недостатки квантовомеханического подхода

Можно отметить несколько парадоксов, возникающих при работе в рамках квантовой механики:

- Будем считать, как это принято в квантовомеханическом подходе, что флэйворное состояние нейтрино сорта  $\alpha = e, \mu, \tau$  является линейной суперпозицией состояний с определенной массой  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), т.е.  $|\nu_\alpha\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle$  (здесь  $V_{\alpha i}$  - элементы

вакуумной матрицы смешивания Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты). Предположим, как обычно, что состояния  $|\nu_i\rangle$  обладают определенными импульсом и энергией. Тогда состояние  $|\nu_\alpha\rangle$  тоже имеет определенный импульс, но не имеет определенной энергии (так как не обладает определенной массой). Пусть состояние  $|\nu_\mu\rangle$  рождается в распаде  $\pi \rightarrow \mu\nu_\mu$ . Так как у этого состояния нет определенной энергии, то по крайней мере у одной из двух других частиц, участвующих в распаде энергия тоже неопределена. Поскольку же как пион, так и мюон обладают определенными массами, то у одной из этих частиц (или, что более естественно, у обеих сразу) нет и определенного импульса. Но тогда и нейтрино  $\nu_\mu$  не может иметь определенного импульса, что противоречит исходному предположению.

- В выражении для вероятности осцилляций в вакууме (1.2) мы имели разность фаз для ультрарелятивистского случая:

$$\phi_{ij} = \frac{m_i^2 - m_j^2}{2p}x. \quad (1.7)$$

Рассмотрим теперь пример распада пиона на лептон и нейтрино [6]. Из закона сохранения следует, что родившееся нейтрино должно обладать определенной энергией и определенным импульсом. И энергия и импульс массивных нейтрино с разными массами  $m_i$  и  $m_j$  разные. Следовательно, скорости массивных нейтрино  $\nu_i$  и  $\nu_j$  тоже разные:  $v_i = p_i/E_i = v_j \neq p_j/E_j$ . Если у двух нейтрино разные скорости, то расстояние  $x$  они пройдут за разное время:

$$t_i = \frac{x}{v_i} = x \frac{E_i}{p_i} \neq \frac{x}{v_j} = x \frac{E_j}{p_j}.$$

Вычислим теперь разность фаз с учетом того, что время распространения двух нейтрино разное:

$$\begin{aligned} \phi_{ij} &= (E_i t_i - E_j t_j) - (p_i - p_j)L = \left( \frac{E_i^2}{p_i} - \frac{E_j^2}{p_j} - (p_i - p_j) \right) x = \\ &= \left( \frac{p_i^2 + m_i^2}{p_i} - \frac{p_j^2 + m_j^2}{p_j} - (p_i - p_j) \right) x = \frac{m_i^2 - m_j^2}{p} x. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Разность фаз (1.8) получилась в два раза большей по сравнению со стандартной (1.7) и сложно сказать, какая формула верна.

- При квантомеханических выводах, описанных выше, точно определяется расстояние, на которое распространяется нейтрино  $x$  и его импульс  $p$ . Согласно соотношению неопределенности  $\delta x \approx \hbar/\delta p$ . Чтобы оно выполнялось, приходится вводить возможное "малое отклонение" импульса от истинного.

## Глава 2

# Теория волновых пакетов в КТП

Оставаясь в рамках квантовой механики, ряд трудностей теории нейтринных осцилляций можно преодолеть, если отказаться от описания частиц, участвующих в рождении и детектировании нейтрино (включая само нейтрино) чистыми состояниями с определенными значениями энергии или импульса, заменив их волновыми пакетами, характеризуемыми средними (или наиболее вероятными) значениями 4-импульсов.

Возможен более радикальный подход к проблеме, основанный на применении аппарата релятивистской квантовой теории поля (КТП) (см., например, работы [7],[8]). В этом подходе последовательность реакций рождения и детектирования нейтрино трактуется как единый процесс, который можно описывать, используя  $S$ -матричный формализм КТП. Используются фейнмановские диаграммы, вершины которых разделены макроскопически большим пространственно-временным интервалом. Кроме того, как и в квантовомеханическом случае, в качестве асимптотически свободных состояний оказывается необходимым использовать волновые пакеты, а не обычные для КТП фокские состояния с определенными 4-импульсами. В новом формализме массивные нейтрино  $\nu_i$  считаются виртуальными полями и описываются пропагаторами. При этом не возникает необходимости в использовании понятия флэйворного нейтрино, а эффект «осцилляций» является результатом обычной интерференции фейнмановских амплитуд с разными  $\nu_i$  в промежуточном состоянии. Ранее использовались нековариантные, чаще всего гауссовы волновые пакеты, применимые только для нерелятивистских частиц. Более того, выбором подходящей системы отсчёта любую частицу всегда можно превратить в ультрарелятивистскую. Поэтому необходима релятивистски-ковариантная (т.е. независящая от выбора инерциальной системы отсчёта) теория волновых пакетов, применимая для описания состояний с произвольными средними 4-импульсами [9].

## 2.1 Общий формализм

В  $S$ -матричном формализме КТП в качестве состояний свободных полей обычно используются одночастичные фоковские состояния

$$|\vec{k}, s\rangle = \sqrt{2E_{\vec{k}}} a_{\vec{k}s}^\dagger |0\rangle, \quad (2.1)$$

где  $|0\rangle$  – состояние вакуума,  $a_{\vec{k}s}^\dagger$  – операторы рождения частиц с импульсом  $\vec{k}$  и проекцией спина  $s$ , удовлетворяющие (анти)коммутиационным соотношениям  $\{a_{\vec{q}r}, a_{\vec{k}s}\} = \{a_{\vec{q}r}^\dagger, a_{\vec{k}s}^\dagger\} = 0$ ,  $\{a_{\vec{q}r}, a_{\vec{k}s}\} = (2\pi)^3 \delta_{sr} \delta(\vec{k} - \vec{q})$ , в которых фигурные скобки обозначают коммутатор для бозонов или антикоммутатор для фермионов;  $E_{\vec{k}} = k_0 = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2}$  – полная энергия, а  $m$  – масса частицы. Релятивистски-инвариантная норма состояний (2.1) сингулярна:

$$\langle \vec{q}, r | \vec{k}, s \rangle = (2\pi)^3 2E_{\vec{k}} \delta_{sr} \delta(\vec{k} - \vec{q}). \quad (2.2)$$

Определим волновой пакет как линейную суперпозицию одночастичных состояний (2.1) в пространственно-временной точке  $x$ :

$$|\vec{p}, s, x\rangle = \int \frac{d\vec{k} \phi(\vec{k}, \vec{p}) e^{i(k-p)x}}{(2\pi)^3 2E_{\vec{k}}} |\vec{k}, s\rangle. \quad (2.3)$$

В (2.3) введена лоренц-инвариантная функция  $\phi(\vec{k}, \vec{p})$ . Будем считать, что эта функция имеет единственный острый максимум при  $\vec{k} = \vec{p}$ , а её поведение в окрестности максимума задаётся малым параметром  $\sigma$  размерности массы.<sup>1</sup> Потребуем, чтобы при устремлении  $\sigma$  к нулю волновой пакет (2.3) превращался в фоковское состояние с определенным импульсом (2.1), что возможно если

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \phi(\vec{k}, \vec{p}) = (2\pi)^3 2E_{\vec{p}} \delta(\vec{k} - \vec{p}). \quad (2.4)$$

Этот принцип соответствия позволяет наложить на функцию  $\phi(\vec{k}, \vec{p})$  лоренц-инвариантное условие

$$\int \frac{d\vec{k} \phi(\vec{k}, \vec{p})}{(2\pi)^3 2E_{\vec{k}}} = \int \frac{d\vec{k} \phi(\vec{k}, \vec{0})}{(2\pi)^3 2E_{\vec{k}}} = 1. \quad (2.5)$$

Действительно, безразмерный лоренц-инвариантный интеграл (2.5) не зависит от импульса  $\vec{p}$  и, следовательно, может зависеть лишь от безразмерного отношения  $\sigma/m$ . Но, согласно условию (2.4), интеграл (2.5) стремится к единице в пределе  $\sigma = 0$ , так что естественно положить его равным единице и при конечных (малых)  $\sigma$ . Таким образом, с точностью до множителя  $16\pi^3 E_{\vec{p}}$ , функция  $\phi(\vec{k}, \vec{p})$  – это просто «размазанная»  $\delta$ -функция.

<sup>1</sup>В общем случае  $\phi(\vec{k}, \vec{p})$  может зависеть от конечного или даже бесконечного набора параметров.

Найдем волновую функцию, описывающую пакет (2.3) в конфигурационном представлении. В качестве примера сделаем это для фермиона со спином  $\frac{1}{2}$ , полевой оператор которого имеет вид

$$\Psi(x) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\vec{k}}}} \sum_s \left[ a_{\vec{k}s} u_s(\vec{k}) e^{-ikx} + b_{\vec{k}s}^\dagger v_s(\vec{k}) e^{ikx} \right].$$

Состояние  $\langle 0|\Psi(x)$  может быть интерпретировано как линейная суперпозиция одночастичных состояний с определенными импульсами в точке  $x$ , но его нельзя характеризовать каким-либо выделенным импульсом. Координатное представление фоковского состояния (2.1) даётся его проекцией на состояние  $\langle 0|\Psi(x)$ ,

$$\langle 0|\Psi(x)|\vec{p}, s\rangle = u_s(\vec{p}) e^{-ipx}, \quad (2.6)$$

т.е., фоковское состояние в координатном представлении есть плоская волна, равномерно распределенная по всему пространству-времени. В отличие от фоковского состояния, волновой пакет (2.3) характеризуется импульсным распределением, заданным функцией  $\phi(\vec{k}, \vec{p})$ , сосредоточенной около наиболее вероятного импульса  $\vec{p}$ . Кроме того, волновой пакет распределен в пространстве-времени неравномерно, что можно увидеть из аналога формулы (2.6) для состояния (2.3):

$$\begin{aligned} \langle 0|\Psi(x)|\vec{p}, s, y\rangle &= e^{-ipy} [u_s(\vec{p}) - \nabla_{\vec{p}} u_s(\vec{p}) \cdot (i\nabla_{\vec{x}} + \vec{p}) + \dots] \psi(\vec{p}, y - x), \\ &\approx e^{-ipy} u_s(\vec{p}) \psi(\vec{p}, y - x). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Здесь мы ввели лоренц-инвариантную функцию

$$\psi(\vec{p}, x) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_{\vec{k}}} \phi(\vec{k}, \vec{p}) e^{ikx} = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_{\vec{k}}} \phi(\vec{k}, \vec{0}) e^{ikx_\star} = \psi(\vec{0}, x_\star), \quad (2.8)$$

удовлетворяющую уравнению Клейна-Гордона и описывающую волновой пакет в координатном представлении. Последнее равенство в (2.8) записано в системе покоя пакета ( $\vec{p}_\star = 0$ ); 4-вектор  $x_\star = (x_\star^0, \vec{x}_\star)$  связан с  $x = (x^0, \vec{x})$  лоренцевским бустом в направлении  $-\vec{p}$ . Поскольку функция  $\psi(\vec{0}, x_\star)$  четна по переменной  $\vec{x}_\star$ , она может зависеть только от переменных  $x_\star^0$  и  $|\vec{x}_\star|$ , связанных с инвариантами  $(px)$  и  $x^2$  соотношениями

$$x_\star^0 = \frac{(px)}{m}, \quad \vec{x}_\star^2 = (x_\star^0)^2 - x^2 = \frac{1}{m^2} [(px)^2 - m^2 x^2]. \quad (2.9)$$

Приближение (2.7) справедливо при условии  $|i\nabla_{\vec{x}} \ln \psi(\vec{p}, y - x) + \vec{p}| \ll 2E_{\vec{p}}$ , которое согласуется с приближениями, используемыми в дальнейшем. Из (2.8) и (2.4) следует, что  $\lim_{\sigma \rightarrow 0} \psi(\vec{p}, x) = e^{ipx}$ , т.е., как и следовало ожидать, волновой пакет предельно локализованный в импульсном пространстве предельно делокализован («размазан») в пространстве-времени.

Скалярное произведение состояний (2.3) несингулярно (при  $\sigma > 0$ ) и даётся выражением

$$\langle \vec{q}, r, y | \vec{p}, s, x \rangle = \delta_{sr} e^{i(qy - px)} \mathcal{D}(\vec{p}, \vec{q}; x - y), \quad (2.10)$$

в котором

$$\mathcal{D}(\vec{p}, \vec{q}; x) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_{\vec{k}}} \phi(\vec{k}, \vec{p}) \phi^*(\vec{k}, \vec{q}) e^{i\vec{k}x}. \quad (2.11)$$

Из (2.10) и (2.11) следует, что нормировка состояния (2.3) также конечна:

$$\langle \vec{p}, s, x | \vec{p}, s, x \rangle = \mathcal{D}(\vec{p}, \vec{p}; 0) = 2\bar{E}_{\vec{p}} V(\vec{p}). \quad (2.12)$$

Величины  $\bar{E}_{\vec{p}}$  и  $V(\vec{p})$  в (2.12) представляют собой среднюю энергию и эффективный пространственный объём пакета, заданные соотношениями

$$\bar{E}_{\vec{p}} = \frac{\int d\vec{x} \psi(\vec{p}, x) i\partial_0 \psi^*(\vec{p}, x)}{\int d\vec{x} |\psi(\vec{p}, x)|^2} = \frac{1}{V(\vec{p})} \int \frac{d\vec{k} |\phi(\vec{k}, \vec{p})|^2}{4(2\pi)^3 E_{\vec{k}}}, \quad (2.13)$$

$$V(\vec{p}) = \int d\vec{x} |\psi(\vec{p}, x)|^2 = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{|\phi(\vec{k}, \vec{p})|^2}{(2E_{\vec{k}})^2} = \frac{V(\vec{0})}{\Gamma_{\vec{p}}} \quad \left( \Gamma_{\vec{p}} = \frac{E_{\vec{p}}}{m} \right). \quad (2.14)$$

Обе эти величины, как и средний импульс  $\vec{p}$ , определяемый соотношением аналогичным (2.13), являются интегралами движения. Нетрудно показать, что среднее положение пакета следует классической траектории:

$$\vec{x} = \frac{1}{V(\vec{p})} \int d\vec{x} \psi^*(\vec{p}, x) \vec{x} \psi(\vec{p}, x) = \vec{v}_{\vec{p}} x_0. \quad (2.15)$$

Здесь  $\vec{v}_{\vec{p}} = \vec{p}/\bar{E}_{\vec{p}}$  – средняя групповая скорость пакета, совпадающая с его наиболее вероятной скоростью, равной  $\nabla_{\vec{p}} E_{\vec{p}} = \vec{p}/E_{\vec{p}}$ .

Свойства функции (2.11) становятся особенно прозрачными в системе центра инерции двух пакетов  $\vec{p}_* + \vec{q}_* = 0$  (значок «\*» используется для обозначения этой системы). Нетрудно видеть, что

$$\mathcal{D}(\vec{p}_*, -\vec{p}_*; x_* - y_*) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_{\vec{k}}} \phi(\vec{k}, \vec{p}_*) \phi^*(\vec{k}, -\vec{p}_*) e^{i\vec{k}(x_* - y_*)}. \quad (2.16)$$

Из-за резкого максимума  $\phi(\vec{k}, \vec{p})$  в точке  $\vec{k} = \vec{p}$ , следует ожидать, что функция  $|\mathcal{D}(\vec{p}_*, -\vec{p}_*; x_* - y_*)|$  имеет резкий максимум при  $\vec{p}_* = 0$  (т.е. при  $\vec{q} = \vec{p}$ ) и быстро уменьшается при больших значениях  $|\vec{p}_*|$ , поскольку максимумы сомножителей  $|\phi(\vec{k}, \vec{p}_*)|$  и  $|\phi(\vec{k}, -\vec{p}_*)|$  под интегралом сильно разделены в этом случае, а значит их произведение  $|\phi(\vec{k}, \vec{p}_*) \phi^*(\vec{k}, -\vec{p}_*)|$  мало при любых  $\vec{k}$ , как показано на рис. 2.1. Кроме того видно, что интеграл (2.16) мал при любых значениях  $|\vec{p}_*|$ , если точки  $x_*$  и  $y_*$  достаточно сильно разнесены в пространстве (а именно, если  $|\vec{x}_* - \vec{y}_*| \gg 1/\sigma$ ), т.к. при этом фазовый множитель  $e^{-i\vec{k}(\vec{x}_* - \vec{y}_*)}$  под интегралом быстро осциллирует.

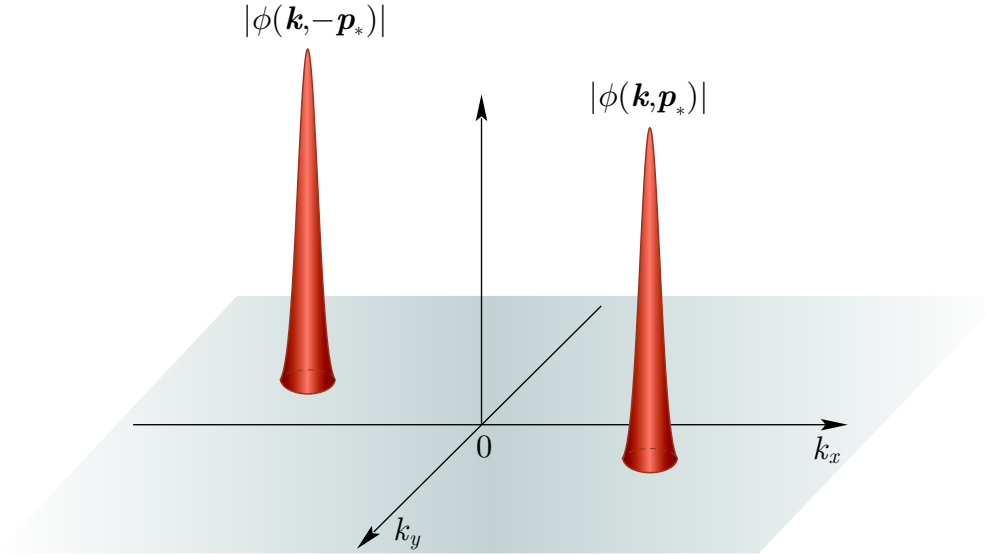


Рис. 2.1: Схематическая иллюстрация подавления подынтегрального выражения в (2.16) при больших значениях  $|\vec{p}_*| = \frac{1}{2}\sqrt{-(p-q)^2}$ .

## 2.2 Релятивистский гауссов пакет

В дальнейших расчётах мы будем использовать простую модель волнового пакета (2.3) – релятивистский гауссов пакет (РГП), в которой функция  $\phi(\vec{k}, \vec{p})$  имеет вид:

$$\phi(\vec{k}, \vec{p}) = \frac{2\pi^2}{\sigma^2 K_1(m^2/2\sigma^2)} \exp\left(-\frac{E_{\vec{k}}E_{\vec{p}} - \vec{k}\vec{p}}{2\sigma^2}\right) \stackrel{\text{def}}{=} \phi_G(\vec{k}, \vec{p}), \quad (2.17)$$

где  $K_1(t)$  – модифицированная функция Бесселя 3-го рода порядка 1. Можно показать, что функция (2.17) имеет правильный плосковолновой предел (2.4) и удовлетворяет условию (2.5). Всюду далее мы будем считать выполненным условие  $\sigma^2 \ll m^2$ . Тогда функция (2.17) может быть записана в виде асимптотического разложения по параметру  $\sigma^2/m^2$ :

$$\phi_G(\vec{k}, \vec{p}) = \frac{2\pi^{3/2} m}{\sigma^2 \sigma} \exp\left[\frac{(k-p)^2}{4\sigma^2}\right] \left[1 + \frac{3\sigma^2}{4m^2} + \mathcal{O}\left(\frac{\sigma^4}{m^4}\right)\right] \quad (2.18)$$

Нетрудно убедиться, что в нерелятивистском пределе функция (2.18) совпадает, с точностью до нормировки, с обычным (нековариантным) гауссовым распределением  $\varphi_G(\vec{k} - \vec{p}) \propto \exp\left[-(\vec{k} - \vec{p})^2/4\sigma^2\right]$ , часто используемым в литературе. Однако, при релятивистских импульсах разница между  $\phi_G(\vec{k}, \vec{p})$  и  $\varphi_G(\vec{k} - \vec{p})$  может быть сколь угодно большой (безотносительно разницы в нормировке). Так, например, в окрестности максимума  $\vec{k} = \vec{p}$

$$\phi_G(\vec{k}, \vec{p}) \approx \frac{2\pi^{3/2} m}{\sigma^2 \sigma} \exp\left[-\frac{(\vec{k} - \vec{p})^2}{4\sigma^2 \Gamma_p^2}\right] \quad (\vec{k} \sim \vec{p}).$$

Как видим, релятивистский эффект в данном случае заключается в «перенормировке» ширины пакета ( $\sigma \rightarrow \sigma \Gamma_{\vec{p}}$ ). Эта перенормировка существенна для всех процессов рождения и детектирования нейтрино, происходящих с участием релятивистских частиц. Координатное представление для РГП даётся волновой функцией

$$\psi_G(\vec{p}, x) = \frac{K_1(\zeta m^2/2\sigma^2)}{\zeta K_1(m^2/2\sigma^2)}, \quad (2.19)$$

где  $\zeta$  – безразмерная скалярная переменная:<sup>2</sup>

$$\zeta = \sqrt{1 - \frac{4\sigma^2}{m^2} [\sigma^2 x^2 + i(px)]}.$$

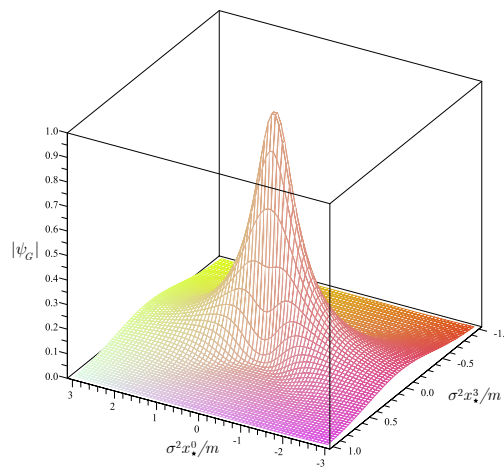


Рис. 2.2: Поведение функции  $|\psi_G(\vec{0}, x_*)|$  в безразмерных координатах  $\sigma^2 x_*^0/m$  и  $\sigma^2 x_*^3/m$  ( $\vec{x}_* = (0, 0, x_*^3)$ ). Вычисления сделаны для  $\sigma/m = 0.1$ .

На рис. 2.2 показан модуль функции (2.19) в зависимости от безразмерных переменных  $\sigma^2 x_*^0/m$  и  $\sigma^2 x_*^3/m$  в собственной системе отсчёта пакета, ось  $z$  которой направлена вдоль вектора  $\vec{x}_*$ . Расчет сделан при  $\sigma/m = 0.1$ .  $|\psi_G(\vec{0}, x_*)|$  – четная функция обеих переменных. Из рисунка видно, что  $|\psi_G(\vec{0}, x_*)|$  быстро спадает при увеличении расстояния от центра пакета, причем ширина распределения увеличивается с ростом  $x_*^0$ , т.е. пакет расплывается со временем, как любой волновой пакет, описывающий состояние частиц с ненулевой массой. На первый взгляд, поведение  $|\psi_G(\vec{0}, x_*)|$ , изображенное на рис. 2.2, может показаться противоречащим утверждению, что эффективный 3-мерный объём пакета (2.14) есть интеграл движения. На самом деле никакого противоречия нет, поскольку уменьшение модуля волновой функции со временем в точности компенсируется её пространственным расширением.

<sup>2</sup>Здесь и далее под квадратным корнем имеется в виду его главное значение.



В РГП модели функция (2.11), определяющая скалярное произведение состояний (2.10), имеет следующий вид:

$$\mathcal{D}(\vec{p}, \vec{q}; x) = 2\bar{E}_{\vec{p}}V(\vec{p}) \frac{K_1(zm^2/\sigma^2)}{zK_1(m^2/\sigma^2)} \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{D}_G(\vec{p}, \vec{q}; x), \quad (2.20)$$

где инвариантная безразмерная переменная  $z$  даётся выражением

$$z = \frac{1}{2m} \sqrt{(p+q)^2 - 4\sigma^2 [\sigma^2 x^2 + i(p+q)x]}.$$

Приведенные формулы позволяют детально изучить свойства волновых пакетов. Однако, даже в такой простой модели как РГП, расчеты интересующих нас макроскопических фейнмановских диаграмм становятся технически очень сложными из-за необходимости вычислять многомерные интегралы от произведений функций Бесселя, зависящих от комплексных переменных. Кроме того, для большинства практически важных случаев интересен режим, в котором можно пренебречь распылением волновых пакетов. Такой режим характерен, например, для частиц не слишком разреженного газа, в котором среднее время между двумя последовательными столкновениями частицы много меньше эффективного времени распыления пакета, описывающего её состояние между столкновениями. В следующем параграфе мы рассмотрим соответствующее приближение в модели РГП.

### 2.2.1 Приближение нераспыляющихся волновых пакетов

Из аккуратного анализа асимптотического разложения  $\ln [\psi_G(\vec{0}, x_*)]$  по параметру  $\sigma^2/(m^2\zeta)$  с учётом неравенств  $|\zeta| \geq 1$  и  $|\arg \zeta| < \pi/2$ , можно найти следующие необходимые и достаточные условия стабильности РГП:

$$\sigma^2(x_*^0)^2 \ll m^2/\sigma^2, \quad \sigma^2\vec{x}_*^2 \ll m^2/\sigma^2, \quad (2.21a)$$

или, в эквивалентной, но явно релятивистски-инвариантной форме,

$$(px)^2 \ll m^4/\sigma^4, \quad (px)^2 - m^2x^2 \ll m^4/\sigma^4. \quad (2.21b)$$

При выполнении этих условий функция (2.19) принимает простой вид:

$$\psi_G(\vec{0}, x_*) = \exp(imx_*^0 - \sigma^2\vec{x}_*^2) = \exp\left\{i(px) - \frac{\sigma^2}{m^2} [(px)^2 - m^2x^2]\right\}. \quad (2.22)$$

Приведем некоторые свойства этого приближения, которое мы будем называть приближением стабильного РГП (СРГП). Нетрудно проверить, что средняя координата волнового пакета следует классической траектории (2.15) и что модуль волновой функции не меняется при преобразованиях  $x_0 \mapsto x_0 + \tau$ ,  $\vec{x} \mapsto \vec{x} + \vec{v}_{\vec{p}}\tau$ . Очевидно также,

что  $|\psi_G(\vec{p}, x)| = 1$  вдоль классической траектории  $\vec{x} = \vec{v}_{\vec{p}}x_0$  и  $|\psi_G(\vec{p}, x)| < 1$  при любом отклонении от нее. В нерелятивистском пределе (2.22) принимает вид

$$\psi_G(\vec{p}, x) \approx \exp [im(x_0 - \vec{v}_{\vec{p}}\vec{x}) - \sigma^2 |\vec{x} - \vec{v}_{\vec{p}}x_0|^2].$$

Отметим, что в СРГП приближении  $V(\vec{0}) = [\pi/(2\sigma^2)]^{3/2} \equiv V_*$  и  $\bar{E}_{\vec{p}} = E_{\vec{p}}$ .

Поведение функции (2.20) в СРГП режиме определяется из анализа асимптотического разложения её логарифма по параметру  $\sigma^2/(m^2z)$  с учётом неравенств  $|z| \geq 1$  и  $|\arg z| < \pi/2$ . Искомое приближение имеет вид:

$$\mathcal{D}_G(\vec{p}_*, -\vec{p}_*; x_*) = \frac{2mV_*}{\Gamma_*^{3/2}} \exp \left[ imx_*^0 - \frac{m^2(\Gamma_* - 1)}{\sigma^2} - \frac{\sigma^2 \vec{x}_*^2}{2\Gamma_*} \right], \quad (2.23)$$

где  $\Gamma_* = E_*/m$  ( $E_* \equiv E_{\vec{p}_*}$ ). Условия применимости этого приближения согласуются с условиями (2.21a):

$$\sigma^2(x_*^0)^2 \ll E_*^2/\sigma^2, \quad \sigma^2 \vec{x}_*^2 \ll E_*^2/\sigma^2. \quad (2.24)$$

Как и ожидалось (см. предыдущий параграф), функция  $\mathcal{D}_G(\vec{p}_*, -\vec{p}_*; x_*)$  быстро убывает, если  $|\vec{p}_*|$  или  $|\vec{x}_*|$  (или обе эти величины) достаточно велики [точные условия очевидны из (2.23)].

## 2.3 Резюме

Описана ковариантная теория волновых пакетов, в которой состояния полей строятся как линейные суперпозиции одночастичных фоковских состояний, переходящих в эти состояния в плосковолновом пределе. Средний 4-импульс волнового пакета и его эффективный пространственный объём являются точными интегралами движения, несмотря на расплывание пакета с течением времени. Средняя координата пакета следует классической траектории. В качестве простейшей модели, удовлетворяющей всем требованиям теории, изучены релятивистские гауссовы пакеты (РГП). Найдены условия, при которых можно пренебречь расплыванием таких пакетов и использовать их для описания асимптотически свободных in- out-состояний частиц в  $S$ -матричном формализме квантовой теории поля.

## Глава 3

# Макропроцессы

Рассмотрим класс процессов

$$q_s, q_d, \mathbf{e} \rightarrow q'_s, q'_d, l_\beta^-, l_\alpha^+, \mathbf{e}, \quad (3.1)$$

в которых  $q_s, q_d, q'_d$  и  $q'_s$  обозначают пакеты кварков,  $l_\beta^-, l_\alpha^+$  - заряженных лептонов ( $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$ ),  $\mathbf{e}$  - это описываемые пакетами  $N$  электронов материи. Если  $\alpha \neq \beta$ , то процесс (3.1) идет с нарушением лептонных чисел  $L_\alpha$  и  $L_\beta$ , что возможно только за счет обмена массивными нейтрино. Процесс (3.1) описывается суммой  $N$  диаграмм (рис. 3.1), где 3.1(1) распространение нейтрино без взаимодействия, 3.1(2) - с однократным рассеянием, 3.1(3) - двукратным и т. д.

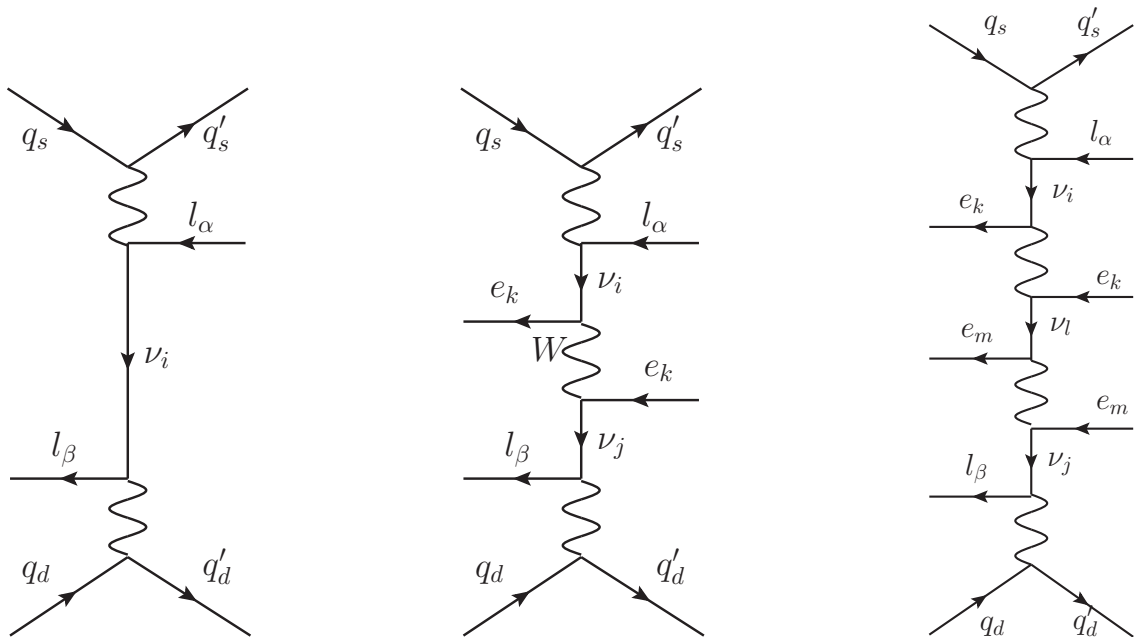


Рис. 3.1: Макроскопические диаграммы, описывающие процесс (3.1)

В рамках Стандартной модели, минимально расширенной добавлением массовой

матрицы нейтрино, кварк-лептонные блоки диаграммы описываются лагранжианом

$$\mathcal{L}_W(x) = -\frac{g}{2\sqrt{2}} [j_\ell(x)W(x) + j_q(x)W(x) + \text{h.c.}],$$

в котором  $g$  – константа связи СМ,  $j_\ell$  и  $j_q$  – лептонный и кварковый заряженные токи,

$$j_\ell^\mu(x) = \sum_{\alpha i} V_{\alpha i}^* \bar{\nu}_i(x) O^\mu \ell_\alpha(x), \quad j_q^\mu(x) = \sum_{qq'} V_{qq'}^* \bar{q}(x) O^\mu q'(x),$$

$V_{\alpha i}$  ( $\alpha = e, \mu, \tau, i = 1, 2, 3$ ) и  $V_{qq'}$  ( $q = u, c, t, q' = d, s, b$ ) – элементы матриц смешивания нейтрино и кварков ( $V$  и  $V'$ , соответственно),  $O^\mu = \gamma^\mu(1 - \gamma_5)$ ,  $\ell_{\alpha, \beta}(x)$  – поля заряженных лептонов. Нормированная безразмерная амплитуда процесса (3.1):

$$\mathcal{A}_{\beta\alpha} = \langle \text{out} | \mathbb{S} | \text{in} \rangle (\langle \text{in} | \text{in} \rangle \langle \text{out} | \text{out} \rangle)^{-1/2}.$$

Нормировочный множитель  $\mathcal{N}$  в СРГП приближении определяется формулой

$$\mathcal{N}^2 = \langle \text{in} | \text{in} \rangle \langle \text{out} | \text{out} \rangle = \prod_{in \times out} 2E_x V_x(\vec{p}_x).$$

Амплитуда на рис. 3.1(1) дается четвертым порядком теории возмущений по константе  $g$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_0 &= \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^4 \langle \text{out} | T \int dx dx' dy dy' : j_\ell(x) W(x) :: j_q(x') W^\dagger(x') : \\ &\quad \times : j_\ell^\dagger(y) W^\dagger(y) :: j_q^\dagger(y') W(y') : | \text{in} \rangle, \end{aligned}$$

на 3.1(2) и 3.1(3) – шестым и восьмым соответственно.

Подставив выражения для тока, запишем:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_0 &= \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^4 \langle \text{out} | T \int dx dx' dy dy' : V_{dd'} \bar{q}_d^\dagger(y) O_{\mu} q_d(y) W^{\mu\dagger}(y) : \\ &\quad \times : V_{\beta j}^* \bar{\ell}_\beta(y') O_{\mu'} \nu_j(y') W^{\mu'}(y') :: V_{\alpha j} \bar{\nu}_j(x') O_{\nu'} \ell_\alpha(x') W^{\nu'\dagger}(x') : \\ &\quad \times : V_{ss'} \bar{q}_s^\dagger(x) O_{\nu} q_s(x) W^\nu(x) : | \text{in} \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1 &= \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^6 \langle \text{out} | T \int dx dx' dy dy' dz dz' : V_{dd'} \bar{q}_d^\dagger(y) O_{\mu} q_d(y) W^{\mu\dagger}(y) : \\ &\quad \times : V_{\beta j}^* \bar{\ell}_\beta(y') O_{\mu'} \nu_j(y') W^{\mu'}(y') :: V_{kj} \bar{\nu}_j(z') O_{\lambda'} e_k(z') W^{\lambda'\dagger}(y') : \\ &\quad \times : V_{ki}^* \bar{\ell}_k(z) O_{\nu} \nu_i(z) W^\lambda(z) :: V_{\alpha i} \bar{\nu}_i(x') O_{\nu'} \ell_\alpha(x') W^{\nu'\dagger}(x') : \\ &\quad \times : V_{ss'} \bar{q}_s^\dagger(x) O_{\nu} q_s(x) W^\nu(x) : | \text{in} \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_2 = & \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^8 \langle out|T \int dx dx' dy dy' dz dz' dt dt' : V_{dd'} \bar{q}'_d(y) O_\mu q_d(y) W^{\mu\dagger}(y) : \\
& \times : V_{\beta j}^* \bar{\ell}_\beta(y') O_{\mu'} \nu_j(y') W^{\mu'}(y') :: V_{mj} \bar{\nu}_j(t') O_{\delta'} e_m(t') W^{\lambda'\dagger}(t') : \\
& \times : V_{mp}^* \bar{\ell}_m(t) O_\delta \nu_p(t) W^\delta(t) :: V_{kp} \bar{\nu}_p(z') O_\lambda e_k(z') W^{\lambda'\dagger}(z') : \\
& \times : V_{ki}^* \bar{\ell}_k(z) O_\lambda \nu_i(z) W^\lambda(z) :: V_{\alpha i} \bar{\nu}_i(x') O_{\nu'} \ell_\alpha(x') W^{\nu'\dagger}(x') : \\
& \times : V_{ss'} \bar{q}'_s(x) O_\nu q_s(x) W^\nu(x) : |in\rangle.
\end{aligned}$$

Используя теорему Вика, приведем выражения к виду:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_0 = & \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^4 \langle out| \int dx dx' dy dy' \sum_j V_{dd'} V_{ss'} V_{\alpha j} V_{\beta j}^* \bar{q}'_d O_\mu q_d G_w^{\mu\mu'}(y - y') \\
& \times \bar{\ell}_\beta O_{\mu'} S_j(y' - x') O_{\nu'} \ell_\alpha G_w^{\nu\nu'}(x' - x) \bar{q}'_s O_\nu q_s |in\rangle,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_1 = & \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^6 \langle out| \int dx dx' dy dy' dz dz' \sum_{i,j} V_{dd'} V_{ss'} V_{\beta j} V_{kj} V_{ki} V_{\alpha i}^* \bar{q}'_d O_\mu q_d \\
& \times G_w^{\mu\mu'}(y - y') \bar{\ell}_\beta O_{\mu'} S_j(y' - z') O_\lambda e_k G_w^{\lambda\lambda'}(z' - z) \bar{e}_k O_\lambda S_i(z - x') O_{\nu'} \ell_\alpha \\
& \times G_w^{\nu\nu'}(x' - x) \bar{q}'_s O_\nu q_s |in\rangle,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_2 = & \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{-g}{2\sqrt{2}} \right)^8 \langle out| \int dx dx' dy dy' dz dz' dt dt' \sum_j V_{dd'} V_{ss'} V_{\beta j} V_{mj} V_{mp} V_{kp} V_{ki} V_{\alpha i}^* \\
& \times \bar{q}'_d O_\mu q_d G_w^{\mu\mu'}(y - y') \bar{\ell}_\beta O_{\mu'} S_j(y' - t') O_{\delta'} e_m G_w^{\delta\delta'}(t' - t) \bar{e}_m O_\delta S_p(t - z') \\
& \times O_\lambda e_k G_w^{\lambda\lambda'}(z' - z) \bar{e}_k O_\lambda S_i(z - x') O_{\nu'} \ell_\alpha G_w^{\nu\nu'}(x' - x) \bar{q}'_s O_\nu q_s |in\rangle.
\end{aligned}$$

Используя соотношение:

$$\langle 0|\Psi_l(x)|l(p, y, s)\rangle = \psi(p, y - x) u_s(p) e^{-ipy},$$

получаем

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_0 = & \frac{\langle e|e \rangle}{NN_e} \left( \frac{g}{2\sqrt{2}m_w} \right)^4 \int dx dy \sum_j V_{dd'} V_{ss'} V_{\alpha j} V_{\beta j}^* \bar{q}'_d O_\mu q_d \bar{\ell}_\beta O^\mu S_j(y - x) O_\nu \ell_\alpha \bar{q}'_s O^\nu q_s \\
& \times \psi_{q'_d}^*(x_{q'_d} - y) \psi_{q_d}^*(x_{q_d} - y) \psi_\beta^*(x_\beta - y') \psi_\alpha(x_\alpha - x') \psi_{q'_s}(x_{q'_s} - x) \psi_{q_s}(x_{q_s} - x) e^{i\Phi}, \\
\mathcal{A}_1 = & \frac{\langle e|e \rangle}{NN_e} \left( \frac{g}{2\sqrt{2}m_w} \right)^6 \int dx dy dz \sum_{i,j} V_{dd'} V_{ss'} V_{\beta j}^* V_{kj} V_{ki} V_{\alpha i} \bar{q}'_d O_\mu q_d \bar{\ell}_\beta O^\mu S_j(y - z) \\
& \times O^{\lambda'} e_k \bar{e}_k O_\lambda S_i z - x O^\nu \ell_\alpha \bar{q}'_s O_\nu q_s \psi_{q'_d}^*(x_{q'_d} - y) \psi_{q_d}^*(x_{q_d} - y) \psi_\beta^*(x_\beta - y') \psi_{e_k}(x_{e-k} - z) \\
& \times \psi_{e_k}(x_{e-k} - z) \psi_\alpha(x_\alpha - x') \psi_{q'_s}(x_{q'_s} - x) \psi_{q_s}(x_{q_s} - x) e^{i\Phi},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_2 &= \frac{\langle \mathbf{e} | \mathbf{e} \rangle}{NN_e} \left( \frac{g}{2\sqrt{2}m_w} \right)^8 \int dx dy dz dt \sum_{i,j} V_{dd'} V_{\beta j}^* V_{mj} V_{mp}^* V_{pk} V_{ki}^* V_{\alpha i} V_{ss'} \bar{q}'_d O_\mu q_d \bar{\ell}_\beta \\
&\times O^\mu S_j(y-z) O^\delta \ell_m \bar{\ell}_m O_\delta S_l(t-z) O^\lambda e_k \bar{e}_k O_\lambda S_i z - x O^\nu l_\alpha \bar{q}'_s O_\nu q_s \psi_{q'_d}^*(x_{q'_d} - y) \\
&\times \psi_{q_d}^*(x_{q_d} - y) \psi_\beta^*(x_\beta - y) \psi_{e_m}^*(x_m - t) \psi_{e_m}(x_m - t) \psi_{e_k}^*(x_k - z) \psi_{e_k}(x_{e-k} - z) \\
&\times \psi_\alpha(x_\alpha - x') \psi_{q'_s}(x_{q'_s} - x) \psi_{q_s}(x_{q_s} - x) e^{i\Phi}.
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\Phi &= ix_{q'_d} p_{q'_d} - ix_{q_d} p_{q_d} + ix_\beta p_\beta - ix_\alpha p_\alpha + ix_{q'_s} p_{q'_s} - ix_{q_s} p_{q_s}. \\
G_w^{\mu\mu'}(y-y) &= \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \Delta^{\mu\mu'}(q) e^{-iq(y-y')}, \quad \Delta^{\mu\mu'}(q) = \frac{-ig^{\mu\mu'}}{q^2 - m_w^2}, \\
S_j(y-x') &= \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \Delta_j(q) e^{-iq(y-x')}.
\end{aligned}$$

Учтем, что

$$\begin{aligned}
&\int dy' S_j(y'-x') G_w^{\mu\mu'}(y-y') \psi_\beta^*(x_\beta - y') = \int dy' \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \Delta_j(k) e^{-ik(y'-x')} \\
&\int \frac{dq}{(2\pi)^4} \Delta^{\mu\mu'}(q) e^{-iq(y-y')} \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{\phi_\beta(\vec{p}, \vec{p}_\beta)}{2E_{\vec{p}}} e^{ip(x_\beta - y')} = \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \Delta_j(k) e^{ikx'} \\
\Delta^{\mu\mu'}(k+p) \int e^{-i(k+p)y} \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{\phi_\beta(\vec{p}, \vec{p}_\beta)}{2E_{\vec{p}}} e^{ipx_\beta} &= \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \Delta_j(k) e^{ik(y-x')} \\
\int \Delta^{\mu\mu'}(k+p) \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{\phi_\beta(\vec{p}, \vec{p}_\beta)}{2E_{\vec{p}}} e^{ip(x_\beta - y)} &= S_j(y-x') \frac{ig^{\mu\mu'}}{m_w^2} \psi_\beta^*(x_\beta - y'),
\end{aligned}$$

тогда, просуммировав  $N$  диаграмм, получаем:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} &= \mathcal{A}_0 + \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \dots = \frac{1}{\mathcal{N}} \left( \frac{g}{2\sqrt{2}m_w} \right)^4 \int dx dy \sum V_{ss'} V_{dd'}^* \Psi \bar{q}'_d O_\mu q_d \bar{\ell}_\beta O^\mu \\
&\times [\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3 + \dots] O_\nu l_\alpha \bar{q}'_s O^\nu q_s, \\
\mathcal{M}_1 &= \sum V_{\alpha i} V_{\beta j}^* S_j(y-x), \\
\mathcal{M}_2 &= \left( \frac{g}{2\sqrt{2}m_w} \right)^2 \int dz \sum_{i,j} V_{kj} V_{ki}^* V_{\alpha i} V_{\beta j}^* \sum_{k=1}^N S_j(y-z) O_\lambda e_k O^\lambda \bar{e}_k \\
&\times S_i(x-z) \frac{|\psi_e(x_k - z)|^2}{2E_{p_k} V_{p_k}}, \\
\mathcal{M}_3 &= \left( \frac{g}{2\sqrt{2}m_w} \right)^4 \int dz dt \sum_{m,k} \sum_{i,j,p} V_{\beta j}^* V_{mj} V_{ml}^* V_{lk} V_{ki}^* V_{\alpha i} \frac{|\psi_e(x_m - t)|^2}{2E_{p_m} V_{p_m}} \\
&\times \frac{|\psi_e(x_k - z)|^2}{2E_{p_k} V_{p_k}} S_j(y-t) O_\delta \ell_m \bar{\ell}_m O^\delta S_m(t-z) O_\lambda \ell_k \bar{\ell}_k O^\lambda S_i(z-x), \\
\Psi &= \psi_{q'_d}^*(x_{q'_d} - y) \psi_{q_d}^*(x_{q_d} - y) \psi_\beta^*(x_\beta - y') \psi_\alpha(x_\alpha - x') \\
&\times \psi_{q'_s}(x_{q'_s} - x) \psi_{q_s}(x_{q_s} - x).
\end{aligned}$$

Используем переход от суммы к интегрированию:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N &\rightarrow \int \frac{d\vec{p}_e d\vec{x}_e}{(2\pi)^3} \left[ \frac{f^\uparrow(\vec{x}_e, \vec{p}_e) + f^\downarrow(\vec{x}_e, \vec{p}_e)}{2} \right], \\ \mathcal{M} &= \int \frac{dk}{(2\pi)^4} e^{-ik(y-x)} \sum_{i,j} V_{\alpha i} V_{\beta j}^* [\delta_{ij} \Delta_j(k) + in_e \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ej} V_{ei}^* \Delta_j(k) \hat{\lambda} \Delta_i(k) \\ &+ \left( i \frac{n_e G_F}{\sqrt{2}} \right)^2 \sum_k V_{mj} V_{ml}^* V_{lk} V_{ki}^* \Delta_j(k) \hat{\lambda}_1 \Delta_\ell(k) \hat{\lambda}_2 \Delta_i(k)], \end{aligned}$$

где

$$\hat{\lambda} = \langle \hat{u} \rangle (1 - \gamma_5) + \langle \hat{s} \rangle (1 + \gamma_5), \quad u = \Gamma(1, \vec{V}), \quad \Gamma = \frac{E}{m}. \quad (3.2)$$

Первый член выражения  $\mathcal{M}$  в скобках - это пропагатор нейтрино без рассеяния, т. е. в вакууме, второй - с однократным рассеянием, третий - с двукратным и т. д. Далее мы будем рассматривать неполяризованную среду, поэтому от выражения (??) останется только первое слагаемое.

Обозначим  $\Omega_{ij} = \hat{u} P_L \Gamma W_{ij}$ ,  $W_{ij} = -2\sqrt{2} G_F V_{ej} V_{ei}^*$ .

Представим выражение для суммы пропагаторов в матричном виде:

$$\mathbf{G} = \mathbf{S} + \mathbf{S}\Omega\mathbf{S} + \mathbf{S}\Omega\mathbf{S}\Omega\mathbf{S} + \dots = \mathbf{S} + \mathbf{S}\Omega(\mathbf{S} + \mathbf{S}\Omega\mathbf{S} + \dots).$$

Окончательно уравнение имеет вид:

$$\mathbf{G} = (\mathbf{S}^{-1} - \Omega)^{-1}. \quad (3.3)$$

### 3.1 Проекционный базис

Наиболее естественным базисом для разложения  $\mathbf{G}$  является  $\gamma$ -матричный базис:

$$\begin{aligned} G(p, u) &= s_1 I + s_2 \hat{p} + s_3 \hat{u} + s_4 \sigma^{\mu\nu} p_\mu u_\nu + s_5 i \varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho} \sigma^{\mu\nu} u_\lambda p_\rho + \\ &+ s_6 \gamma^5 + s_7 \hat{p} \gamma^5 + s_8 \hat{u} \gamma^5, \end{aligned}$$

где коэффициенты  $s_i$  — матрицы во флейворном базисе,  $u$  - четырехмерная скорость среды. Всего в разложении  $G(p, u)$  имеется восемь независимых компонент с учетом нарушения четности. Известно, что  $\gamma$ -матричный базис является полным, коэффициенты разложения свободны от сингулярностей и связей. Однако этот базис неудобен при умножении и обращении, так как базисные элементы не ортогональны друг другу.

Построим  $\Lambda$ -базис, который наиболее удобен при умножении и обращении матриц

вида (3.3): Постороим проекционный базис следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathcal{Q}_1 &= \Lambda^+ \frac{1 + \hat{x}\gamma^5}{2}, & \mathcal{Q}_2 &= \Lambda^- \frac{1 + \hat{x}\gamma^5}{2}, \\ \mathcal{Q}_3 &= \Lambda^+ \frac{1 - \hat{x}\gamma^5}{2}, & \mathcal{Q}_4 &= \Lambda^- \frac{1 - \hat{x}\gamma^5}{2}, \\ \mathcal{Q}_5 &= \Lambda^+ \frac{\gamma^5 + \hat{x}}{2}, & \mathcal{Q}_6 &= \Lambda^- \frac{\gamma^5 + \hat{x}}{2}, \\ \mathcal{Q}_7 &= \Lambda^+ \frac{\gamma^5 - \hat{x}}{2}, & \mathcal{Q}_8 &= \Lambda^- \frac{\gamma^5 - \hat{x}}{2}.\end{aligned}$$

Его основу составляют проекционные операторы  $\Lambda^+$  и  $\Lambda^-$  [10], [11]:

$$\Lambda^\pm \Lambda^\pm = \Lambda^\pm, \quad \Lambda^\pm \Lambda^\mp = 0, \quad W = \sqrt{p^2},$$

$\frac{1 \pm \hat{x}\gamma^5}{2}$  и  $\frac{\gamma^5 \pm \hat{x}}{2}$  - проекционные и нильпотентные операторы соответственно, причем

$$\begin{aligned}\frac{1 \pm \hat{x}\gamma^5}{2} \frac{1 \pm \hat{x}\gamma^5}{2} &= \frac{1 \pm \hat{x}\gamma^5}{2}, \\ \frac{\gamma^5 + \hat{x}}{2} \frac{\gamma^5 + \hat{x}}{2} &= \frac{1 \pm \hat{x}\gamma^5}{2}.\end{aligned}$$

Введенный здесь вектор  $x^\mu = b(p^\mu(up) - u^\mu p^2)$  обладает следующими свойствами:

$$x^\mu p_\mu = 0, \quad x^\mu x_\mu = b^2 p^2 [p^2 - (up)^2],$$

где  $b$  — нормировочный множитель:

$$b = \frac{1}{p\sqrt{(up)^2 - p^2}} = \frac{\sqrt{1 - V_R^2}}{w^2 V_R}.$$

Вектора  $\hat{u} = \Gamma(1, \vec{V})$  и  $\hat{v} = \hat{p}/w$  - четырехмерные скорости среды и нейтрино соответственно,  $V_R = \sqrt{1 - \frac{1}{(uv)^2}}$  - относительная скорость вещества и частицы.

Элементы полученного базиса независимы, он является полным и имеет достаточно простые свойства относительно умножения (таб. 3.1). Для нахождения значения, обратного данному, запишем уравнение:

$$\left(\sum_M \mathcal{Q}_M S_M\right) \left(\sum_L \mathcal{Q}_L G_L\right) = \mathcal{Q}_1 + \mathcal{Q}_2 + \mathcal{Q}_3 + \mathcal{Q}_4 = I.$$

Оно сводится к системе восьми уравнений на коэффициенты  $G_L$ , которая разбивается



	$\mathcal{Q}_1$	$\mathcal{Q}_2$	$\mathcal{Q}_3$	$\mathcal{Q}_4$	$\mathcal{Q}_5$	$\mathcal{Q}_6$	$\mathcal{Q}_7$	$\mathcal{Q}_8$
$\mathcal{Q}_1$	$\mathcal{Q}_1$	0	0	0	$\mathcal{Q}_5$	0	0	0
$\mathcal{Q}_2$	0	$\mathcal{Q}_2$	0	0	0	$\mathcal{Q}_6$	0	0
$\mathcal{Q}_3$	0	0	$\mathcal{Q}_3$	0	0	0	$\mathcal{Q}_7$	0
$\mathcal{Q}_4$	0	0	0	$\mathcal{Q}_4$	0	0	0	$\mathcal{Q}_8$
$\mathcal{Q}_5$	0	0	0	$\mathcal{Q}_5$	0	0	0	$\mathcal{Q}_1$
$\mathcal{Q}_6$	0	0	$\mathcal{Q}_6$	0	0	0	$\mathcal{Q}_2$	0
$\mathcal{Q}_7$	0	$\mathcal{Q}_7$	0	0	0	$\mathcal{Q}_3$	0	0
$\mathcal{Q}_8$	$\mathcal{Q}_8$	0	0	0	$\mathcal{Q}_4$	0	0	0

Таблица 3.1: Мультипликативные свойства операторов базиса. Элемент из столбца умножается слева на элемент из строки.

на четыре:

$$\begin{cases} S_5G_8 + S_1G_1 = 1, \\ S_8G_1 + S_4G_8 = 0, \end{cases} \begin{cases} S_6G_7 + S_2G_2 = 1, \\ S_7G_2 + S_3G_7 = 0, \end{cases} \begin{cases} S_7G_6 + S_3G_3 = 1, \\ S_6G_3 + S_2G_6 = 0, \end{cases} \begin{cases} S_8G_5 + S_4G_4 = 1, \\ S_5G_4 + S_1G_5 = 0. \end{cases}$$

Отсюда выражения для  $G_i$ :

$$\begin{aligned} G_1 &= (S_1 - S_5S_1^{-1}S_8)^{-1}, & G_5 &= -S_1^{-1}S_5(S_4 - S_8S_1^{-1}S_5)^{-1}, \\ G_2 &= (S_2 - S_6S_3^{-1}S_7)^{-1}, & G_6 &= -S_2^{-1}S_6(S_3 - S_7S_2^{-1}S_6)^{-1}, \\ G_3 &= (S_3 - S_7S_2^{-1}S_6)^{-1}, & G_7 &= -S_3^{-1}S_7(S_2 - S_6S_3^{-1}S_7)^{-1}, \\ G_4 &= (S_4 - S_8S_1^{-1}S_5)^{-1}, & G_8 &= -S_4^{-1}S_8(S_1 - S_5S_1^{-1}S_8)^{-1}. \end{aligned}$$

(3.4)

## 3.2 Процедура обращения

Имеем выражение  $\mathbf{G} = (\mathbf{S}^{-1} - \mathbf{\Omega})^{-1}$ , где  $\Omega_{ij} = \hat{u}P_L\Gamma W_{ij}$ ,  $W_{ij} = -2\sqrt{2}G_F V_{ej}V_{ei}^*$ .

Разложим его по проекционному базису:

$$\mathbf{G} = G_1\mathcal{Q}_1 + G_2\mathcal{Q}_2 + G_3\mathcal{Q}_3 + G_4\mathcal{Q}_4 + G_5\mathcal{Q}_5 + G_6\mathcal{Q}_6 + G_7\mathcal{Q}_7 + G_8\mathcal{Q}_8,$$

здесь коэффициенты  $G_i$  - матрицы, которые имеют вид:

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= w - m + KD^+, & \bar{S}_5 &= -KD^+, \\ \bar{S}_2 &= -(w + m) - KD^-, & \bar{S}_6 &= KD^-, \\ \bar{S}_3 &= w - m + KD^-, & \bar{S}_7 &= -KD^-, \\ \bar{S}_4 &= -(w - m) - KD^+, & \bar{S}_8 &= KD^+, \end{aligned}$$

$$\text{а } K = \frac{\Gamma}{2p^2}, \quad D^\pm = w(up) \pm \frac{1}{b} = \frac{w^2}{\sqrt{1 - V_R^2}} (1 \pm V_R) \mathbf{W}.$$

Так как в амплитуде пропагатор  $\mathbf{G}$  стоит в обкладках  $P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}$  и  $P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2}$ , рассмотрим элементы  $\Lambda$ -базиса в  $P_L$  и  $P_R$ :

$$\begin{aligned}P_L\mathcal{Q}_1P_R &= P_L\left[\frac{1}{4}\left(\hat{x} + \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R, & P_L\mathcal{Q}_5P_R &= P_L\left[\frac{1}{4}\left(\hat{x} + \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R, \\ P_L\mathcal{Q}_2P_R &= P_L\left[\frac{1}{4}\left(\hat{x} - \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R, & P_L\mathcal{Q}_6P_R &= P_L\left[\frac{1}{4}\left(\hat{x} - \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R, \\ P_L\mathcal{Q}_3P_R &= P_L\left[\frac{1}{4}\left(-\hat{x} + \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R, & P_L\mathcal{Q}_7P_R &= P_L\left[\frac{1}{4}\left(-\hat{x} + \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R, \\ P_L\mathcal{Q}_4P_R &= P_L\left[-\frac{1}{4}\left(\hat{x} + \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R, & P_L\mathcal{Q}_8P_R &= P_L\left[-\frac{1}{4}\left(\hat{x} + \frac{\hat{p}}{w}\right)\right]P_R. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}P_L\left(\sum_i G_i\mathcal{Q}_i\right)P_R &= P_L\frac{1}{4}\left(\hat{x} + \frac{\hat{p}}{w}\right)G^+P_R + P_L\frac{1}{4}\left(\hat{x} - \frac{\hat{p}}{w}\right)G^-P_R. \\ P_L\mathbf{G}P_R &= \frac{1}{4}P_L\left[\frac{\sqrt{1 + V_R}}{V_R}(\hat{v}\sqrt{1 + V_R} - \hat{u}\sqrt{1 - V_R})\mathbf{G}^+ + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{1 - V_R}}{V_R}(\hat{u}\sqrt{1 + V_R} - \hat{v}\sqrt{1 - V_R})\mathbf{G}^-\right]P_R. \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$$G^+ = \bar{G}_1 - \bar{G}_4 + \bar{G}_5 - \bar{G}_8, \quad G^- = \bar{G}_2 - \bar{G}_3 + \bar{G}_6 - \bar{G}_7.$$

Матрицы  $\mathbf{G}^\pm$  можно представить в виде:

$$\mathbf{G}_\pm = U \left[ \text{diag}\left(\frac{1}{W - M_1^\pm}, \frac{1}{W - M_2^\pm}, \frac{1}{W - M_3^\pm}\right) \right] U^\dagger.$$

Вероятность нейтринных осцилляций в вакууме имеет вид:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sin^2 2\theta \left( 1 - e^{-f_{12}} \cos^2 \frac{\Delta m^2 x}{4p} \right),$$

где  $f_{12}$  - подавляющий фактор, отвечающий за затухание осцилляций. Влияние вещества отражается на перенормировке массы  $m_i \rightarrow M_i^\pm$  и изменении матрицы смешивания  $V_{ij} \rightarrow U_{ij}$ . В свою очередь, вероятность осцилляций в веществе имеет тот же вид, но с соответствующей заменой  $P_{\alpha\beta}^{matt} = P_{\alpha\beta}^{vac}(m_i \rightarrow M_i^\pm, V_{ij} \rightarrow U_{ij})$ .

## Заключение

- Изучена простейшая модель описания осцилляций нейтрино в рамках релятивистской квантовой теории поля - стабильные релятивистские гауссовы пакеты (СГРП), строящиеся как линейные суперпозиции одночастичных фоковских состояний.
- Частично произведен расчет вероятности нейтринных осцилляций в веществе на основе вычисления фейнмановских диаграмм, вершины которых макроскопически разделены в пространстве. Процессы представляют собой рождение виртуального массивного нейтрино, прохождение его через вещество и поглощение. Наличие вещества на пути распространения нейтрино существенно меняет картину осцилляций. Формула для вероятности вакуумных осцилляций содержит члены подавления, так что картина осцилляций непостоянна во времени. Вещество эффективно меняет массу нейтрино, и, следовательно, значение для вероятности. Эффект сильно зависит от вектора скорости вещества и его плотности.
- Для решения уравнения на пропагатор нейтрино использована процедура обращения; построенный базис на основе проекционных операторов имеет удобные мультипликативные свойства.

# Литература

- [1] <http://cdsweb.cern.ch/>
- [2] Клапдор-Клайнгротхаус Г.В. Неускорительная физика элементарных частиц / Г.В. Клапдор-Клайнгротхаус, А. Штаудт // М.:Наука, 1997. - 528 с.
- [3] Maki Z. Remarks on the Unified Model of Elementary Particles / Z. Maki, M.Nakagawa, S. Sakata // Progr. of Teor. Phys. - 1962. - vol. 28, № 5. - С. 870-880.
- [4] Биленький С.М. Лекции по физике нейтринных и лептон-нуклонных процессов / С.М Биленький // М.:Энергоиздат, 1981. -216 с.
- [5] Smirnov A.Yu. The MSW effect and Solar neutrinos / A.Yu. Smirnov // 10th International Workshop On Neutrino Telescopes, Venice, March 11-14, 2003. - vol. 1. - P. 23-43
- [6] Наумов Д.В. Фейнмановские диаграммы для экспериментаторов. Электрослабая модель в примерах / Д.В. Наумов. - в печати
- [7] Grimus W. Real oscillation of virtual neutrinos / W. Grimus, P. Stokinger // Phys. Rev. - 1996. -D.54. - С. 3414-3419.
- [8] Beuthe M. Towards a unique formula for neutrino oscillations in vacuum / M. Beuthe // Phys.Rev. - 2002. - D.66.
- [9] Наумов В.А. Релятивистские волновые пакеты в квантополеовом подходе к теории нейтринных осцилляций / В.А. Наумов, Д.В. Наумов // в печати
- [10] Kaloshin A.E. The Rarita-Schwinger field: dressing procedure and spin-parity content / A. E. Kaloshin, V. P. Lomov // Phys. Atom. Nucl. - 2006. - 69. - С. 541-551.
- [11] Korpa C.L. Covariant propagator of the Rarita-Schwinger field in the nuclear medium / C.L. Korpa, A.E.L. Dieperink // Phys. Rev. - 2004. - С 70.