

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)

Международная организация Объединенный Институт Ядерных Исследований

Лаборатория Ядерных Проблем им. В.П.Джелепова

Кафедра теоретической физики

Заведующий кафедрой

Профессор Валл А. Н.

\_\_\_\_\_

## Дипломная работа

Исследование функций фрагментации и фрактурных функций  
легких кварков в пионы в глубоко неупругих взаимодействиях

Руководители:

\_\_\_\_\_ д.ф.-м.н., проф. Валл А.Н. (ИГУ),

\_\_\_\_\_ к.ф.-м.н., н.с. Самойлов О.Б. (ОИЯИ)

Студентка группы 01511-Д

\_\_\_\_\_ Старикова С.В.

Работа защищена

с оценкой \_\_\_\_\_

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2012 г.

Протокол № \_\_\_\_\_

Рецензент:

\_\_\_\_\_

Нормоконтролер

\_\_\_\_\_ Первалова И.А.

Дубна-Иркутск 2012 г.

# Реферат

Целью работы является исследование процессов фрагментации кварков и ди-кваркового остатка нуклона в заряженные и нейтральные пионы в глубоко неупругих реакциях. Рассмотрены полуинклюзивные процессы по  $e^+e^-$  аннигиляциям, взаимодействиям заряженных лептонов и (анти)нейтрино с нуклонами. Результаты моделирования рождения  $\pi^\pm$ - и  $\pi^0$ -мезонов на основе пакетов Pythia и Lepto (JetSet/Pythia) приведенных процессов сравниваются с теоретическими сечениями и экспериментальными данными. Обсуждается применение нового модельно-независимого метода измерения функций фрагментации кварков и остатка нуклона (фрактурных функций) в заряженные пионы.

Показано, что метод может быть применим в следующих системах отсчета: система центра масс для  $e^+e^-$  аннигиляции в сочетании с одной из трех систем - лабораторной с покоящейся мишенью, системой центра масс рождающихся адронов или системой Брейта - для  $\ell N$  взаимодействий. Обсуждается схема извлечения партонных функций фрагментации и фрактурных функций нуклонов.

Работа содержит 33 страницы машинописного текста, 10 рисунков, 29 формул, список использованных источников из 10 наименований.

# Оглавление

Введение	5
1 Обзор литературы	7
1.1 Взаимодействия лептонов и кварков . . . . .	8
1.2 Элементарные сечения . . . . .	10
1.3 Кварковая модель нуклона . . . . .	11
1.4 Кинематика ГНР . . . . .	12
1.5 Функции фрагментации . . . . .	14
1.6 Обзор экспериментальных данных . . . . .	16
2 Моделирование процессов фрагментации легких кварков в пионы в глубоко неупругих взаимодействиях	17
2.1 Моделирование рождения пионов в ГНР . . . . .	18
2.1.1 $e^+e^-$ столкновения . . . . .	18
2.1.2 Взаимодействие заряженных лептонов с нуклонами . . . . .	19
2.1.3 Взаимодействие нейтрино с нуклонами . . . . .	19
3 Обсуждение схемы измерения партонных функции фрагментации и нуклонных фрактурных функций	28
3.1 Идея применения схемы . . . . .	28
3.2 Реализация схемы . . . . .	29
Заключение	31

Список используемых источников

# Введение

Сегодня функции фрагментации  $D_q^h$  [1] и фрактурные функции  $M_{N,q}^h$  [2] получают широкое распространение в физике высоких энергий как составной элемент, описывающий рождение адронов в процессах с участием кварков и антикварков. В отсутствие строгого теоретического описания глубоко неупругих реакций (ГНР), таких как  $e^+e^-$  аннигиляции, взаимодействия заряженных лептонов и нейтрино с нуклонами,  $pp$  столкновения, функции  $D_q^h$  и  $M_{N,q}^h$  определяют вероятности рождения адрона  $h$  из кварка  $q$  или остатка нуклона без выбитого кварка  $(N, q)$  в конечном состоянии.

Прямые экспериментальные измерения таких партонных функций фрагментации невозможны, во-первых, в силу асимптотической “запертости” кварков внутри адронов, и во-вторых, из-за одновременного участия всех типов кварков в ГНР взаимодействиях. Экспериментально измеряемыми величинами являются так называемые полные функции фрагментации  $F^h$  исследуемых ГНР, которые можно охарактеризовать как взвешенную сумму отдельных партонных функций фрагментации. В работе [3] была предложена схема измерения набора функций

$$\mathcal{D}^\pi = (D_d^{\pi^+}, D_u^{\pi^+}, D_s^{\pi^+}, D_c^{\pi^+}, M_{d,p}^{\pi^+}, M_{d,p}^{\pi^-}, M_{u,p}^{\pi^+}, M_{u,p}^{\pi^-}, M_{d,p}^{\pi^+}, M_{d,p}^{\pi^-}, M_{u,p}^{\pi^+}, M_{u,p}^{\pi^-}, M_{s,p}^{\pi^+})$$

из экспериментально-измеряемых

$$\mathcal{F}^\pi = (F_{ee}^{\pi^\pm}, F_{\ell p}^{\pi^+}, F_{\ell n}^{\pi^+}, F_{\ell p}^{\pi^-}, F_{\ell n}^{\pi^-}, F_{\nu p}^{\pi^+}, F_{\nu n}^{\pi^+}, F_{\nu p}^{\pi^-}, F_{\nu n}^{\pi^-}, F_{\bar{\nu} p}^{\pi^+}, F_{\bar{\nu} n}^{\pi^+}, F_{\bar{\nu} p}^{\pi^-}, F_{\bar{\nu} n}^{\pi^-}).$$

В стандартном описании исследуемые функции зависят от доли энергии (или импульса)  $z$  переданного от кварка к адрону, а также от глобальных переменных ГНР процессов (энергии в системе центра масс  $\sqrt{s}$ , масштабной переменной  $x$ -Бьеркена, квадрата переданного 4-импульса  $Q^2$ ).

Дипломная работа построена следующим образом. В первой главе изложены теоретические аспекты процессов фрагментации кварков и экспериментальный обзор существующих данных. Во второй главе проведено сравнение современных генераторов моделирования событий для  $e^+e^-$  аннигиляций РYTHIA и взаимодействия заряженных лептонов и нейтрино с нуклонами LEPTO (JETSET/РYTHIA), представлены результаты для различных кинематических областей взаимодействий. В третьей главе обсуждается схема измерения функций фрагментации и фрактурных функций из результатов экспериментов.

В работе используется широко известная в физике элементарных частиц система единиц:

$$\hbar = c = 1.$$

Удобна система единиц, в которой  $\hbar$  есть единица действия ( $ML^2/T$ ), а  $c$  - единица скорости ( $L/T$ ). Наша система будет полностью определенной, если мы установим, например, единицу измерения энергии ( $ML^2/T^2$ ). В физике частиц принято измерять энергию в гигаэлектронвольтах ( $1 \equiv 10^9$ ), это связано с тем, что энергия покоя протона равна приблизительно 1 ГэВ.

После того, как система выбрана, в которой  $\hbar = c = 1$ , мы видим связь между единицами измерения:

$$[\text{энергия}] = [\text{масса}] = [\text{импульс}] = [\text{длина}]^{-1} = [\text{время}]^{-1}.$$

# Глава 1

## Обзор литературы

В процессах взаимодействия частиц с большим переданным импульсом с участием кварков и антикварков существует таинственная область, в которой кварки превращаются в адроны. Процесс такого превращения называют адронизацией (или фрагментацией) кварков, а количественной характеристикой вероятности рождения адрона кварком называют функциями фрагментации.

Функция фрагментации - это безразмерная функция, описывающая распределение энергии конечного состояния одной частицы в процессах жесткого рассеяния, таких как  $e^+e^-$  аннигиляции или глубоко неупругое лептон-нуклонное рассеяние [1]. Суммарная (полная) функция фрагментации  $e^+e^-$  для адронов типа  $h$  в аннигиляции при энергии центра масс  $\sqrt{s}$ , через промежуточный вектор бозона  $V = \gamma/Z_0$ , определяется как

$$F_{ee}^h(z, s) = \frac{1}{\sigma_{ee}^{tot}} \frac{d\sigma}{dz}(e^+e^- \rightarrow V \rightarrow hX) \quad (1.1)$$

где  $z = E_h/E_q = 2E_h/\sqrt{s} \leq 1$  - масштаб энергии адрона к энергии кварка (часто используется приближение  $z = x_p = 2p_h/\sqrt{s}$ ). Интеграл этой функции по переменной  $z$  дает среднюю множественность адронов:

$$\langle n_h(s) \rangle = \int_0^1 F^h(z, s) dx \quad (1.2)$$

Аналогичные полные функции фрагментации можно определить для глубоко неупру-

гих лептон-нуклонных рассеяний:

$$F_{\ell N}^h(z, E_\ell) = \frac{1}{\sigma_{\ell N}^{tot}} \frac{d\sigma}{dz}(\ell N \rightarrow \ell' h X), \quad (1.3)$$

где  $E_\ell$  - энергия первоначального лептона,  $\sigma_{\ell N}^{tot}$  - полное сечение взаимодействия лептона с нуклоном, проинтегрированное по всем кинематическим переменным<sup>1</sup>,  $z = E_h/E_q$  - как и определено ранее, масштаб энергии адрона к энергии кварка.

Но полная функция фрагментации это лишь верхушка айсберга физики рождения адронов в реакциях со взаимодействием кварков. Более детальная информация может быть получена при изучении партонных функций фрагментации и фрактурных функций нуклонов.

## 1.1 Взаимодействия лептонов и кварков

Начальное и конечное состояния квантовой системы [4] связывает оператор  $S$  и характеризуется лагранжианом взаимодействия  $\mathcal{L}_i$ :

$$|f\rangle = S|i\rangle; \quad S = Texp \left[ i \int \mathcal{L}_i(x) dx \right], \quad (1.4)$$

где  $T$  - хронологическое произведение операторов.

Оператор  $S$  можно задать совокупностью его матричных элементов:

$$S_{if} = \langle f|S|i\rangle = \delta_{if} + i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) \mathcal{M}_{if}, \quad (1.5)$$

где единичная матрица  $\delta_{if}$  соответствует отсутствию взаимодействия между частицами,  $\delta$  -функция отражает закон сохранения 4-импульса ( $p_i$  и  $p_f$  - суммы 4-импульсов всех частиц в начальном и конечном состояниях); величина  $\mathcal{M}_{if}$  носит название амплитуды взаимодействия.

Лагранжиан стандартной модели, описывающий взаимодействие фермионов с полями векторных бозонов выглядит следующим образом:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{em} + \mathcal{L}^{CC} + \mathcal{L}^{NC}; \quad (1.6)$$

---

<sup>1</sup>Далее проводится детальное исследование по всем кинематическим областям  $\ell N$  взаимодействий



Взаимодействие заряженных фермионов с электромагнитным полем  $A_\mu$  описывается

$$\mathcal{L}^{em} = e j_\mu^{em} A^\mu, \quad (1.7)$$

$$j_\mu^{em} = \sum_f Q_f \bar{q} \gamma_\mu q = \sum_{l=e,\mu,\tau} e \bar{l} \gamma_\mu l + \sum_{q=u,d} e_q \bar{q} \gamma_\mu q; \quad (1.8)$$

где  $Q_f$  - электрический заряд частицы в единицах  $e$ .

Для заряженных токов взаимодействие имеет другой вид

$$\mathcal{L}^{CC} = \frac{g}{2\sqrt{2}} [j_\mu^{CC} W^\mu + h.c.], \quad (1.9)$$

причем

$$g = \frac{e}{\sin \theta_W} = 2M_W \sqrt{G_F}, \quad (1.10)$$

где  $G_F$  - константа Ферми,  $M_W$  - масса W-бозона,  $\theta_W$  - угол Вайнберга.

Заряженные токи, определяющие взаимодействие с W-бозоном, имеют вид:

$$j_\mu^{CC} = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l + \sum_{qq'} \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q' V_{qq'}, \quad (1.11)$$

где  $V_{qq'}$  - матрица смешивания Кабиббо-Кобаяши-Маскава

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Взаимодействие с нейтральным полем Z-бозона

$$\mathcal{L}^{NC} = \frac{g}{2 \cos \theta_W} j_\mu^{NC} Z^\mu, \quad (1.12)$$

$$j_\mu^{NC} = \sum_f \bar{f} \gamma_\mu [I_f^{(3)} (1 - \gamma_5) - 2Q_f \sin^2 \theta_W] l = \frac{1}{2} \sum_{l=e,\mu,\tau} [\bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_l - \bar{l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l] + \quad (1.13)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{q=u,c,t} \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q - \frac{1}{2} \sum_{q=d,s,b} \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q - 2 \sin^2 \theta_W j_\mu^{em},$$

где величина  $I_f^{(3)} = 1/2$  для  $f = \nu_l, q_u$  и  $I_f^{(3)} = -1/2$  для  $f = l, q_d$ .

## 1.2 Элементарные сечения

Когда сталкиваются две субатомные частицы, между ними может произойти взаимодействие, а может и не произойти. Вероятность перехода из начального состояния в конечное равна:

$$w_{fi} = (2\pi)^4 \delta^4(0) (2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) |\mathcal{M}_{if}|^2, \quad (1.14)$$

где  $|\mathcal{M}_{if}|$  - амплитуда взаимодействия.

Мы не можем предсказать результат столкновения двух конкретных частиц, а лишь вероятность того или иного исхода столкновения. Таким образом, мы оперируем с вероятностью взаимодействия - сечением, точнее, отношением вероятности взаимодействия к потоку начальных частиц.

$$d\sigma = \frac{w_{fi}}{j} = \frac{(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) |\mathcal{M}_{if}|^2}{2m_a 2E_b v_a} \prod_{f=1}^n \frac{d^3 k_f}{(2\pi)^3 2E_f}, \quad (1.15)$$

Величина  $m_a E_b v_a$  может быть записана в лоренц-инвариантном виде:

$$m_a E_b v_a = \sqrt{(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}, \quad (1.16)$$

В таблице представлены примеры сечений взаимодействий для соответствующих взаимодействий.

Взаимодействие	Процесс	Сечение
em	$e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ $e^+ e^- \rightarrow q \bar{q}$	
CC	$\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$ $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu \mu^-$	$\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} (s - m_\mu^2) \left(1 - \frac{m_\mu^2}{s}\right),$ $\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} \frac{(s - m_\mu^2)^2}{3s} \left[1 + \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2s} + \frac{m_\mu^2 m_e^2}{s^2}\right]$
NC	$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$	$\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} \frac{(s - m_e^2)^2}{s} \left[g_L^2 + \frac{g_R^2}{3} \left[1 + \frac{m_e^2}{s} + \frac{m_e^4}{s^2}\right] - g_L g_R \frac{m_e^2}{s}\right],$ $\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} \frac{(s - m_e^2)^2}{s} \left[g_L^2 + \frac{g_R^2}{3} \left[1 + \frac{m_e^2}{s} + \frac{m_e^4}{s^2}\right] - g_L g_R \frac{m_e^2}{s}\right]$
CC + NC	$\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$	$\sigma = \frac{G_F^2}{\pi} \frac{(s - m_e^2)^2}{s} \left[(g_L - 1)^2 + \frac{g_R^2}{3} \left[1 + \frac{m_e^2}{s} + \frac{m_e^4}{s^2}\right] - g_R (g_L - 1) \frac{m_e^2}{2s}\right]$

Таблица 1.1: Сечения взаимодействий

### 1.3 Кварковая модель нуклона

Нуклон состоит из трех валентных кварков и моря кварк-антикварковых пар. Кварки и антикварки удерживаются вместе цветовым взаимодействием посредством обмена глюонами. Все вместе является весьма сложной системой для теоретических вычислений в рамках квантовой хромодинамики (КХД). Экспериментально структура нуклона изучается в реакциях рассеяния заряженных лептонов, (анти) нейтрино на нуклонах. Эти взаимодействия подразделяются на упругие и глубоконеупругие. Глубоконеупругие процессы могут быть успешно описаны в рамках так называемой кварк-партонной модели (КПМ). Модель предполагает, что лептон-нуклонные взаимодействия высоких энергий (или ГНР) происходит некогерентным способом на точечных объектах, названных партонами (от англ. part - часть), в роли которых могут быть валентные кварки нуклона или кварки из моря.

Все адроны можно разбить на два больших класса. Одни, называемые барионами, состоят из трех кварков. Барионы - фермионы, у них - полуцелый спин. Другие - называемые мезонами, состоят из кварка и антикварка. Мезоны - бозоны, у них - целый спин. Нуклоны являются самыми легкими барионами. Протон состоит из двух  $u$ -кварков и одного  $d$ -кварка ( $p = uud$ ), нейтрон из двух  $d$ -кварков и одного  $u$ -кварка ( $n = ddu$ ). Нейтрон тяжелее протона, поскольку  $d$ -кварк тяжелее  $u$ -кварка.

Простейшая КПМ формируется в системе бесконечно большого импульса, в которой можно пренебречь поперечными импульсами партонов. Поэтому можно считать, что каждый партон несет некоторую долю  $\xi$  4-импульса нуклона  $P$  и  $f_i^N(\xi)d\xi$  - число партонов  $i$ -го типа, переносящих части импульса нуклона  $N$ . Тогда

$$\sum_i \int d\xi \xi f_i^N(\xi) = 1. \quad (1.17)$$

Характеристики  $f_i^N(\xi)$  получили название импульсных функций плотности вероятности партонов (или партонных распределений – ПР). В этом предположении лептон-нуклонное глубоко неупругое рассеяние является упругим взаимодействием лептона и кварка с последующей фрагментацией кварка, приводящей к развалу нуклона. Сечение ГНР может быть записано в виде взвешенной суммы лептон-партонных сечений

$$\frac{d^2\sigma}{dxdy} = \sum_i \int d\xi f_i^N(\xi) \frac{d^2\sigma_i(\xi, y)}{dxdy}. \quad (1.18)$$

Для легких (точнее – безмассовых) ( $u, d, s$ ) кварков  $\xi = x$ . Действительно, после того как кварк с импульсом  $\xi P$  получит переданный импульс  $q = k - k'$ , его импульс станет:  $\xi P + q$ . Квадрат этого импульса равен квадрату массы кварка, что можно считать для легких кварков нулем:

$$m_q^2 = (\xi P + q)^2 \approx 2\xi P + q^2 = 0. \quad (1.19)$$

Откуда

$$\xi \approx \frac{Q^2}{2Pq} = x. \quad (1.20)$$

Таким образом, становится понятной интерпретация Бьеркеновской переменной  $x$  как доли импульса нуклона, переносимой данным кварком.

В протоне кварковые распределения обозначаются следующим образом

$$\begin{aligned} f_u^p(x) &= u(x); & f_d^p(x) &= d(x); & f_s^p(x) &= s(x); & f_c^p(x) &= c(x); & \dots \\ f_{\bar{u}}^p(x) &= \bar{u}(x); & f_{\bar{d}}^p(x) &= \bar{d}(x); & f_{\bar{s}}^p(x) &= \bar{s}(x); & f_{\bar{c}}^p(x) &= \bar{c}(x); & \dots \end{aligned}$$

Кварковые распределения в нейтроне записывается, используя изоспиновую симметрию  $u \leftrightarrow d$

$$\begin{aligned} f_u^n(x) &= d(x); & f_d^n(x) &= u(x); & f_s^n(x) &= s(x); & f_c^n(x) &= c(x); & \dots \\ f_{\bar{u}}^n(x) &= \bar{d}(x); & f_{\bar{d}}^n(x) &= \bar{u}(x); & f_{\bar{s}}^n(x) &= \bar{s}(x); & f_{\bar{c}}^n(x) &= \bar{c}(x); & \dots \end{aligned}$$

## 1.4 Кинематика ГНР

Согласно КЭД, простейшим  $e^+e^-$  процессом, приводящим к образованию адронов, является аннигиляция электрон-позитронной пары через виртуальный фотон с образованием кварк-антикварковой пары.  $e^+e^-$ -аннигиляция является "чистым" процессом в том смысле, что в начальном состоянии мы имеем дело с лептонами (а не с адронами, представляющими собой сложные образования из партонов). Процесс  $e^+e^-$  удобно рассматривать в системе центра масс (СЦМ). В таком случае импульсы начальных частиц и рожденных кварков будут равны  $\sqrt{s}/2$ , где  $s \equiv q^2$  - квадрат полной энергии в СЦМ.

После рождения кварки взаимодействуют друг с другом, и сильное взаимодействие между ними порождает дополнительные пары (натягивается струна). В конце концов кварки и антикварки объединяются друг с другом, образуя некоторое число мезонов и барионов.

Лептон-нуклонное рассеяние (ГНР - глубоконеупругое рассеяние) при высоких энергиях является более сложным процессом, чем  $e^+e^-$ , и играет ключевую роль в определении партонной структуры протона. Процесс  $\ell N \rightarrow \ell' X$  изображен на рис. 1.1. Закрашенный круг на рисунке соответствует внутренней структуре нуклона, который может быть описан в терминах структурных функций.

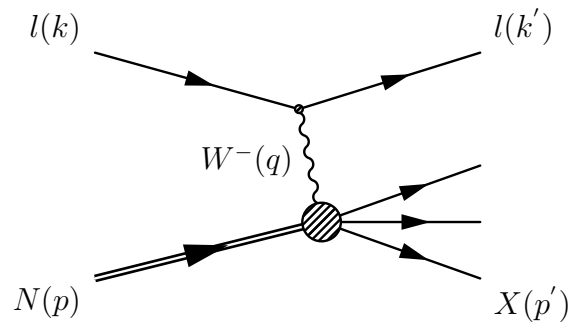


Рис. 1.1: Кинематические переменные глубоко неупругого рассеяния:  $k$  и  $k'$  - 4-импульсы входящего и рассеянного лептонов соответственно,  $p$  - 4-импульс нуклона с массой  $M$ ,  $W$  - инвариантная масса родившейся системы  $X$  (адронной струи). Промежуточные частицы  $\gamma$ ,  $W^\pm$  или  $Z$  передают 4-импульс  $q = k - k'$  от начального лептона к нуклону.

Для описания глубоконеупругого события используются такие лоренц-инвариантные кинематические переменные:

1.  $k = (E, k)$  - 4-импульс налетающего лептона
2.  $k' = (E', k')$  - 4-импульс вылетающего лептона
3.  $p = (M, 0)$  - 4-импульс нуклона мишени
4.  $p' = (E_h, p_h)$  - 4-импульс системы конечных адронов
5.  $q = (q_0, q)$  - 4-импульс промежуточного бозона
6.  $E(E')$  - энергия налетающего (рассеянного) лептона

7.  $\nu = E - E'$  - потеря энергии лептона
8.  $Q^2 = -q^2$  - квадрат переданного четырехимпульса
9.  $x_{Bj} = Q^2/(2p \cdot q) = Q^2/2M\nu$  - переменная Бьеркена - доля нуклонного импульса, переносимая ударенным кварком.
10.  $y = \nu/E$  - доля энергии налетающего лептона, потерянная в результате взаимодействия
11.  $W^2 = (p+q)^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2 = M^2 + Q^2(1/x - 1)$  - квадрат инвариантной массы конечной адронной системы
12.  $s = (k+p)^2 = 2ME + M^2 + m_l^2$  - энергия в системе центра масс лептон-нуклон

Так называемая система центра масс адронной струи (СЦМАС = HCMS, hadronic center mass frame) определяется как система остатка обменного бозона и входного адрона вместе с  $z^*$ -осью, определенную вдоль направления обменного бозона. Измерения фрагментации, представленные в СЦМАС, часто используют Феймановскую  $x$ -переменную  $x_F = 2p_z^*/W$ , где  $p_z^*$  - продольный импульс частицы в СЦМАС. Диапазон  $x_F$  между  $-1$  и  $1$ . СЦМАС дает информацию как об области мишени, так и об области фрагментации выбитого кварка.

Система Брейта связана с СЦМАС поперечным импульсом таким образом, что временная компонента  $q$  становится 0, так что  $q = (0, 0, 0, -Q)$ . В этой системе мишень имеет импульс  $\vec{p} = (0, 0, Q/(2x_{Bj}))$ . В кварк-партонной модели, взаимодействующий партон имеет импульс  $x_{Bj} \cdot p$ , и поэтому поперечный импульс кварка  $Q/2$  переходит в  $-Q/2$  после соударения, поперечный импульс выбитого дикварка  $\frac{Q}{2} (\frac{1}{x_{Bj}} - 1)$ . В сравнении с СЦМАС, система Брейта описывает лишь часть процесса, но при этом она позволяет сравнить результаты с процессом  $e^+e^-$  аннигиляции.

## 1.5 Функции фрагментации

Как было отмечено ранее, сечения полуинклюзивного рождения адронов в процессах  $e^+e^-$  аннигиляции и глубоко-неупругого рассеяния лептонов на ядрах обычно описы-

ваются полными функциями фрагментации (для конечного адрона  $h$ ):

$$F^h(z, s) = \frac{1}{\sigma_{tot}} \frac{d\sigma}{dz} (e^+ e^- \rightarrow V \rightarrow hX) \quad (1.21)$$

где  $z = 2E_h/\sqrt{s}$  - доля энергии адрона от энергии рождающегося (анти)кварка. Интеграл этой функции по переменной  $x$  дает среднюю множественность адронов:

$$\langle n_h(z) \rangle = \int_0^1 F^h(z, s) dx \quad (1.22)$$

Полная функция фрагментации может быть переписана в рамках кварк-партонной модели через кварковые (партонные) функции фрагментации  $D_q^h \equiv D_q^h(z)$ , которые интерпретируются как вероятность кварку  $q$  породить адрон  $h$  с долей энергии  $z$  в процессе адронизации.

$$F_{ee}^h(z, s) = \frac{1}{\sigma_{ee}} \frac{d\sigma_{ee}^h}{dz} = \frac{\sum_q C_q [D_q^h + D_{\bar{q}}^h]}{2 \sum_q C_q}, \quad (1.23)$$

где

$$C_q = [e_q^2 + 2e_q v_e v_q \rho_1(s) + (v_e^2 + \alpha_e^2)(v_q^2 + \alpha_q^2) \rho_2(s)] \quad (1.24)$$

- коэффициент взаимодействия в лидирующем порядке теории возмущения КХД для каждого кварка с зарядом  $e_q$  в единицах заряда позитрона,  $v_i$  и  $\alpha_i$  векторная и аксиальная константа связи,  $\rho_1(s)$ ,  $\rho_2(s)$  - резонансные вклады в сечение рождения  $Z$  - бозона,  $D_q^h \equiv D_q^h(z)$  - кварковая функция фрагментации.

Для взаимодействия заряженных лептонов  $\ell^\pm N$  отношение сечений запишется в следующем виде

$$F_{\ell N}^h(z, x, Q) = \frac{d\sigma_{\ell N}^h}{dz d\sigma_{\ell N}} = \frac{\sum_q e_q^2 [x (f_q^N D_q^h + f_{\bar{q}}^N D_{\bar{q}}^h) + (1-x) (M_{q,N}^h + M_{\bar{q},N}^h)]}{\sum_q e_q^2 x [f_q^N + f_{\bar{q}}^N]}, \quad (1.25)$$

где  $N = p, n$  - нуклоны и  $f_q^{p,n}(x, Q)$  - их партонные функции распределения,  $M_{q,N}^h \equiv M_{q,N}^h(z, x_B, Q)$  - фрактурные функции (функции фрагментации остатка нуклона).

Для взаимодействия нейтрино  $\nu N$  отношение сечений выглядит следующим образом

$$F_{\nu N}^\pi = \frac{\sum_{\substack{q=d,s \\ q'=u,c}} [|V_{q'q}|^2 x f_q^N D_{q'}^\pi + (1-x) M_{q,N}^\pi] + (1-y)^2 \sum_{\substack{\bar{q}=\bar{u},\bar{c} \\ \bar{q}'=\bar{d},\bar{s}}} [|V_{q\bar{q}'}|^2 x f_{\bar{q}}^N D_{\bar{q}'}^\pi + (1-x) M_{\bar{q},N}^\pi]}{\sum_{\substack{q=d,s \\ q'=u,c}} |V_{q'q}|^2 x f_q^N + (1-y)^2 \sum_{\substack{\bar{q}=\bar{u},\bar{c} \\ \bar{q}'=\bar{d},\bar{s}}} |V_{q\bar{q}'}|^2 x f_{\bar{q}}^N} \quad (1.26)$$

## 1.6 Обзор экспериментальных данных

В настоящее время накоплена большая база данных по рождению пионов в глубоко неупругих процессах Durham HepData [5]. Примеры доступных для анализа функций фрагментации экспериментальных данных по  $e^+e^-$  аннигиляциям, взаимодействиям заряженных лептонов и нейтрино с нуклонами, а также адронные  $\pi p$  взаимодействий приведены на рисунке 1.2.

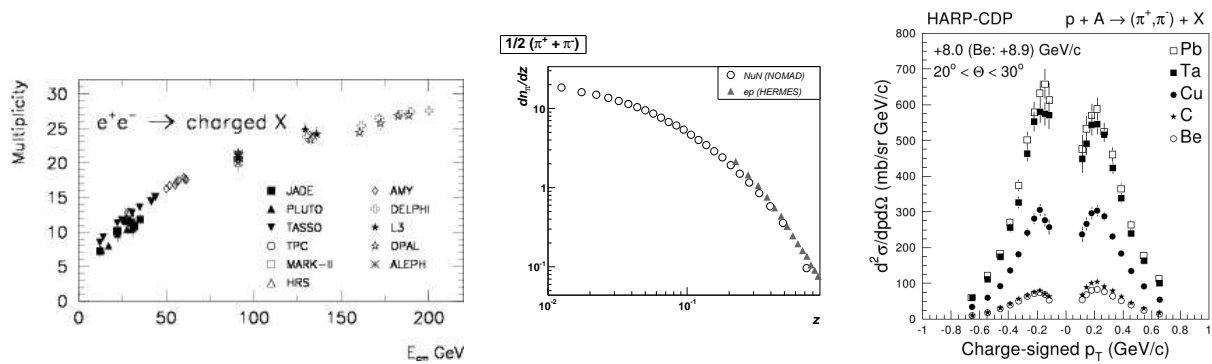


Рис. 1.2: Выходы заряженных пионов как функции  $z_\pi$  для экспериментов (слева направо) 1. по  $e^+e^-$  аннигиляциям, 2. лептон-нуклонных взаимодействий HERMES и NOMAD, 3. адронные  $\pi p$  взаимодействий HARP.



## Глава 2

# Моделирование процессов фрагментации легких кварков в пионы в глубоко неупругих взаимодействиях

Процессы при высоких энергиях в первом приближении довольно просты. Они имеют структуру на уровне взаимодействия между фундаментальными объектами, такими как кварки, лептоны и калибровочные бозоны. Если пойдем дальше и учтем все поправки, то простая картина становится значительно более сложной - вместо двух конечных партонов мы имеем сотню конечных частиц. Физика не пропадает, она значительно хуже видна. И поэтому прямое сравнение между теорией и экспериментом становится очень сложным или порой невозможным.

Для решения этой задачи теперь используют генератор событий. Цель генераторов событий - использовать компьютеры, чтобы генерировать столкновения столь же детально, как при наблюдении с помощью совершенного детектора. Это делается путем раздробления всей задачи на более мелкие участки, с которыми удобнее работать и на которых можно достичь желаемую точность.

На выходе генератора событий имеем данные в форме "событий" с средним поведением и флуктуациями такими же как для реальных данных. Флуктуации в данных возникают благодаря лежащей в основе квантовой механике. В генераторах используется метод Монте-Карло для отбора существенных переменных с целью построить

желаемые распределения вероятности, таким образом обеспечивается случайность в окончательном событии.

## 2.1 Моделирование рождения пионов в ГНР

Моделирование и анализ исследуемых процессов проводилось при помощи программы FragmentationStudies, разработанной в Лаборатории Ядерных Проблем Объединенного Института Ядерных Исследований специально для исследования функций фрагментации кварков и дикварков. В основе программы лежат 2 Монте-Карло генератора: PYTHIA [6] - для моделирования  $e^+e^-$  - аннигиляции и LEPTO [7, 8] - для лептон-нуклонных взаимодействий. Программа позволяет восстановить кинематику процессов и детально исследовать эти процессы.

### 2.1.1 $e^+e^-$ столкновения

Для моделирования  $e^+e^-$  - аннигиляции использовался генератор событий PYTHIA. Это программа моделирования процессов столкновений элементарных частиц, таких как  $e^+$ ,  $e^-$ ,  $p$ ,  $\bar{p}$ , при высоких энергиях в различных вариациях. Программа включает в себя теорию и модели для целого ряда физических аспектов, в том числе жесткие и мягкие взаимодействия, партонные распределения, начальные и конечные партонные состояния, фрагментация и распад. Программа была разработана группой ученых Лундского университета (Швеция), занимающейся адронизацией. Эта группа физиков разработала модель струнной фрагментации и развила её до точной и детализированной оболочки, внутри которой дальнедействующим силам конфаймента разрешено распределять энергию и ароматы партонной конфигурации в первичных адронах, которые могут далее последовательно распадаться. Именно эта модель легла в основу генератора событий Pythia/JETSET (программы были объединены в конце девяностых годов с целью улучшения функциональности в рамках одного генератора).

На рис.2.1 приведены результаты моделирования множественности заряженных пионов как функции энергии, уносимой пионом из струи, при энергии центра масс  $\sqrt{s} =$

50, 91, 300 ГэВ. Из графиков видно, что вклад в рождение пионов вносят не только реакции с рождением кварков ( $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \pi X$ ), но и реакция  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^- \rightarrow \pi X$ . Результаты моделирования множественности заряженных пионов как функции энергии, уносимой пионом из струи, для различных энергий центра масс представлены на рис.2.2. В работе было проведено предварительное измерение полных функций фрагментации для  $\pi^\pm$  мезонов для моделируемых  $e^+e^-$  событий для различных значений энергии центра масс  $\sqrt{s}$  (см. рис.2.3).

### 2.1.2 Взаимодействие заряженных лептонов с нуклонами

Для моделирования лептон-нуклонных ( $\ell^\pm N, \nu N$ ) взаимодействий использовался генератор событий LEPТО. В его основе лежит электрослабое сечение лидирующего (главного) порядка для партонного рассеяния. Программа полностью моделирует событие, используя энергетический спектр налетающих лептонов. Адронизация образовавшихся партонов в наблюдаемые частицы выполнена в рамках струнной модели Lund [9] с помощью программы JETSET 7.4 [10]. Для определения состава нуклона в процессе вычисления сечения необходимы функции плотности партонов в нуклоне. Мы использовали GRV-98 параметризацию.

В данном случае мы рассматривали полуинклюзивное рассеяние электрона на протоне. На рис.2.4 приведены результаты моделирования множественности заряженных пионов как функции Бьеркеновских переменных  $x$  и  $y$  и доли энергии, уносимой пионом из струи ( $z_\pi$ ). Сравнение положительно и отрицательно заряженных пионов показывает, что в процессе рассеяния электрона на протоне положительно заряженных пионов рождается больше, чем отрицательно заряженных. Объясняется это тем, что протон состоит из двух  $u$  кварков с зарядом  $+2/3$  и одного  $d$  - кварка с зарядом  $-1/3$ , значит вероятность рождения  $\pi^+$  выше, чем  $\pi^-$ .

### 2.1.3 Взаимодействие нейтрино с нуклонами

Процесс рассеяния нейтрино на нуклонах удобен для изучения функции фрагментации кварков тем, что нейтрино чувствительно к флейвору кварка, то есть при рассеянии

на нуклоне нейтрино выбирает  $d$ - и  $s$ -кварки. Это дает нам возможность однозначного исследования функции фрагментации.

Как и для  $ep$  - процесса на рис. 2.6, 2.7 представлена зависимость выхода заряженных пионов как функции Бьеркеновских переменных  $x$  и  $y$ , доли энергии  $z_\pi$ , уносимой пионом из струи,  $x$  - Фейнмана ( $x_F$ ),  $x$  - Брейта ( $x_B$ ).

Полная функция фрагментации как как функция энергии  $z_\pi$ , уносимой пионом из струи, изображена на рис.2.8. Схожесть поведения функций для  $e^+e^-$  - аннигиляции и  $\ell N$  взаимодействий позволит нам сравнивать эти процессы и вычислить партонные функции фрагментации.

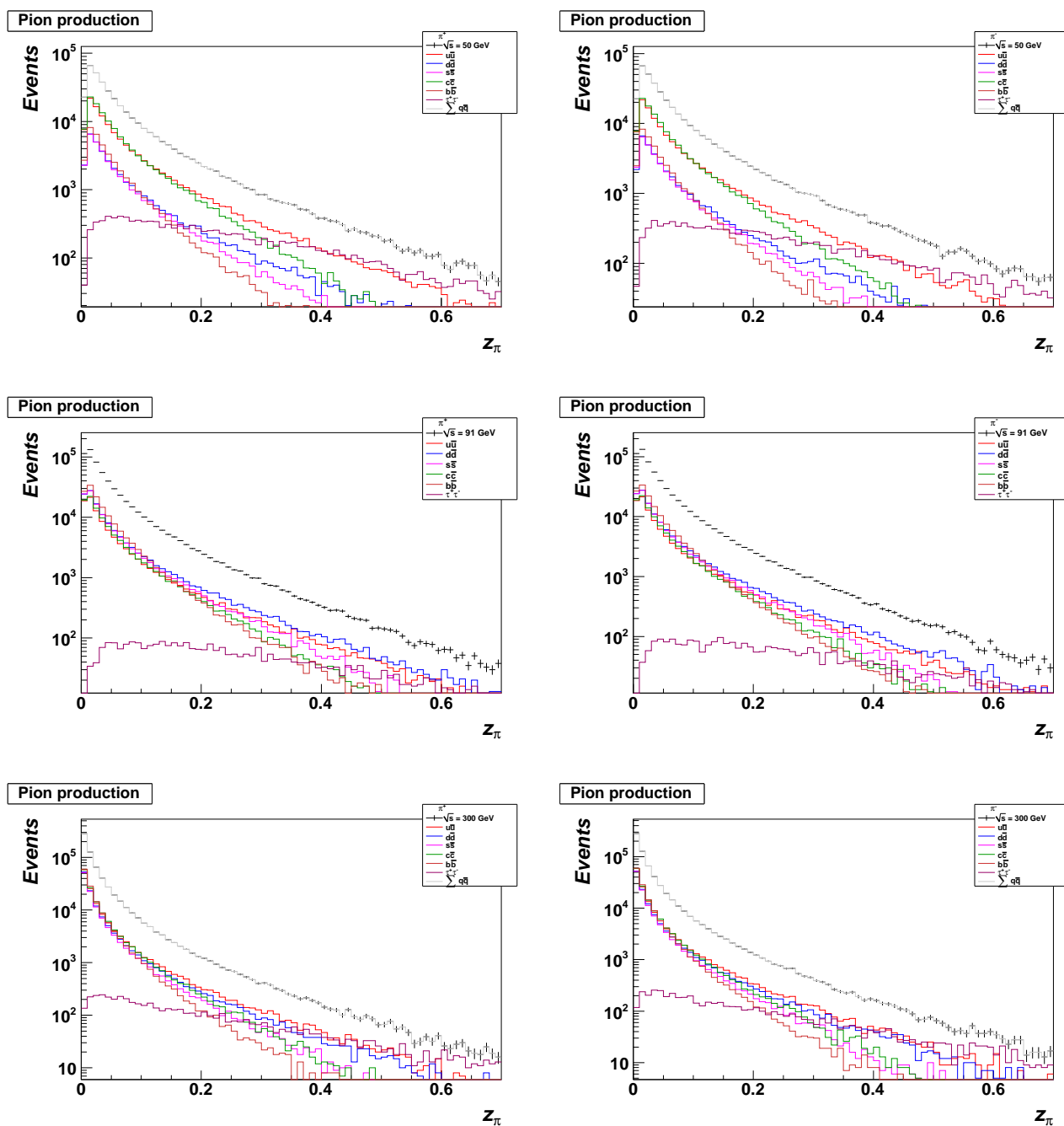


Рис. 2.1: Выходы заряженных пионов как функции энергии, уносимой пионом из струи ( $z_\pi$ ), при энергии центра масс  $\sqrt{s} = 50, 91, 300$  GeV. Сплошные линии - вклады кварков и тау-лептона в рождение пиона, точки - сумма всех вкладов

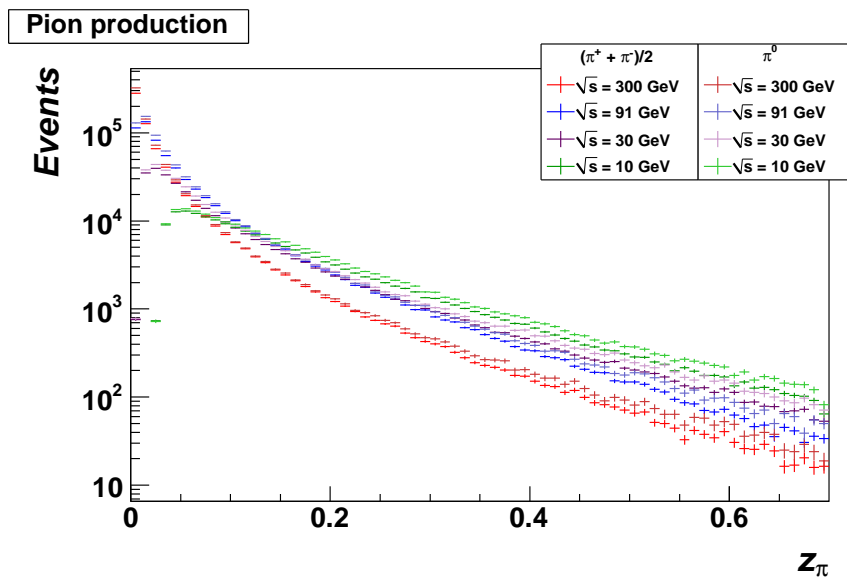


Рис. 2.2: Выходы заряженных пионов как функции энергии, уносимой пионом из струи ( $z_\pi$ ), для различных энергий центра масс ( $\sqrt{s}$ ).

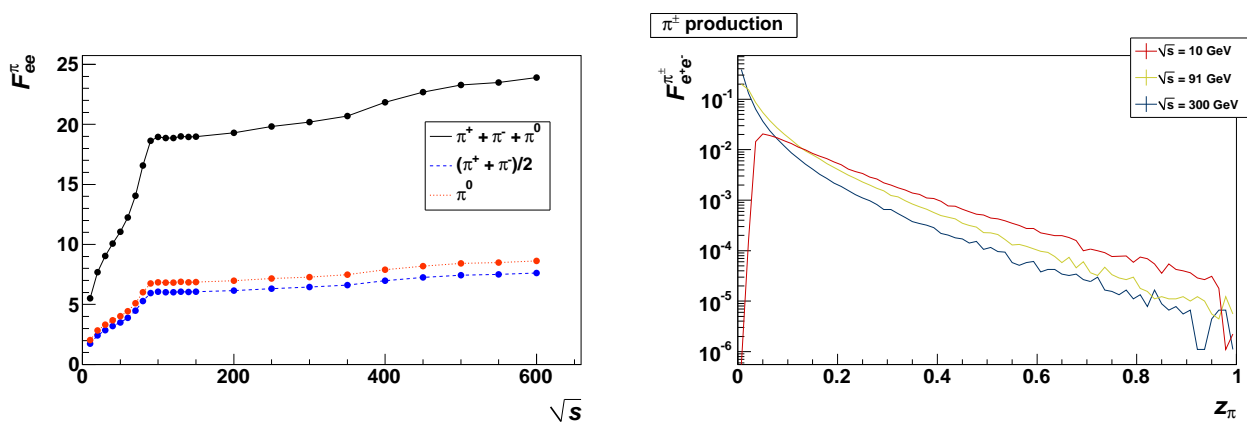


Рис. 2.3: Полная функция фрагментации как функции энергии, уносимой пионом из струи ( $z_\pi$ ), и как функции энергии центра масс ( $\sqrt{s}$ ) при энергии центра масс  $\sqrt{s} = 10, 91, 300 \text{ GeV}$ . На правом графике для заряженных и нейтральных пионов, на левом - для заряженных пионов

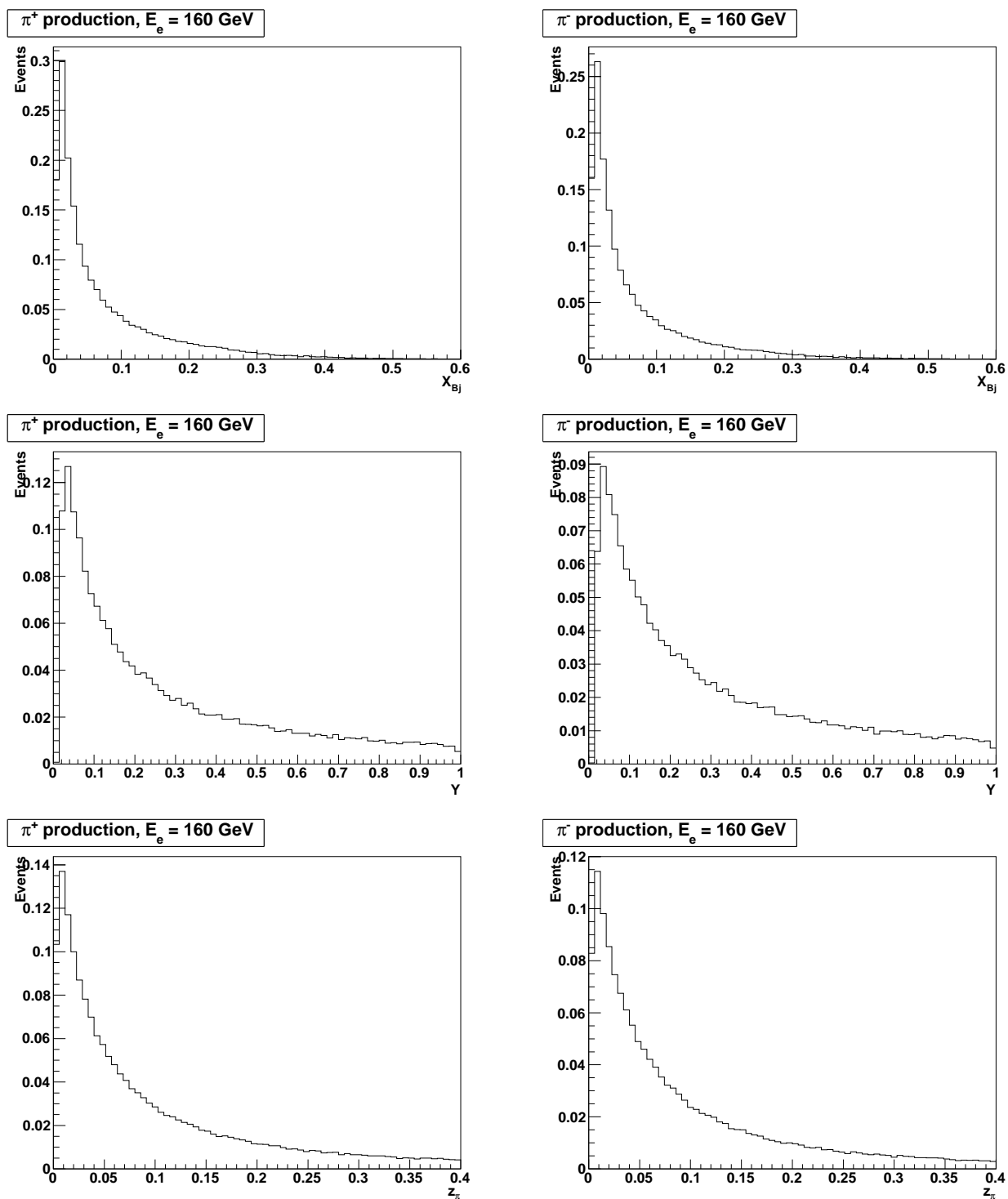


Рис. 2.4: Выходы заряженных пионов как функции Бьеркеновских переменных  $x$  и  $y$  и доли энергии, уносимой пионом из струи ( $z_\pi$ )

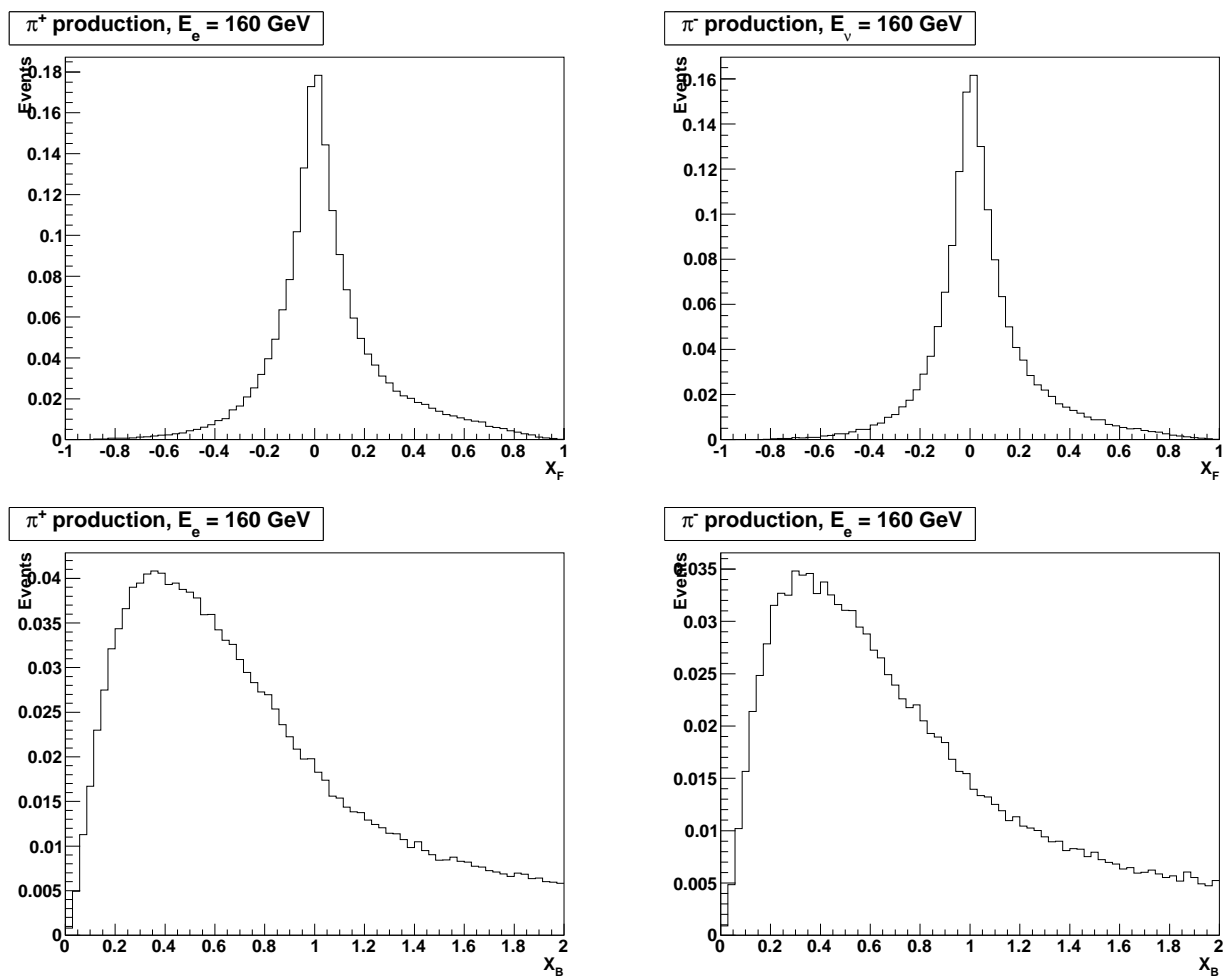


Рис. 2.5: Выходы заряженных пионов как функции  $x$  - Фейнмана ( $x_F$ ),  $x$  - Брейта ( $x_B$ )



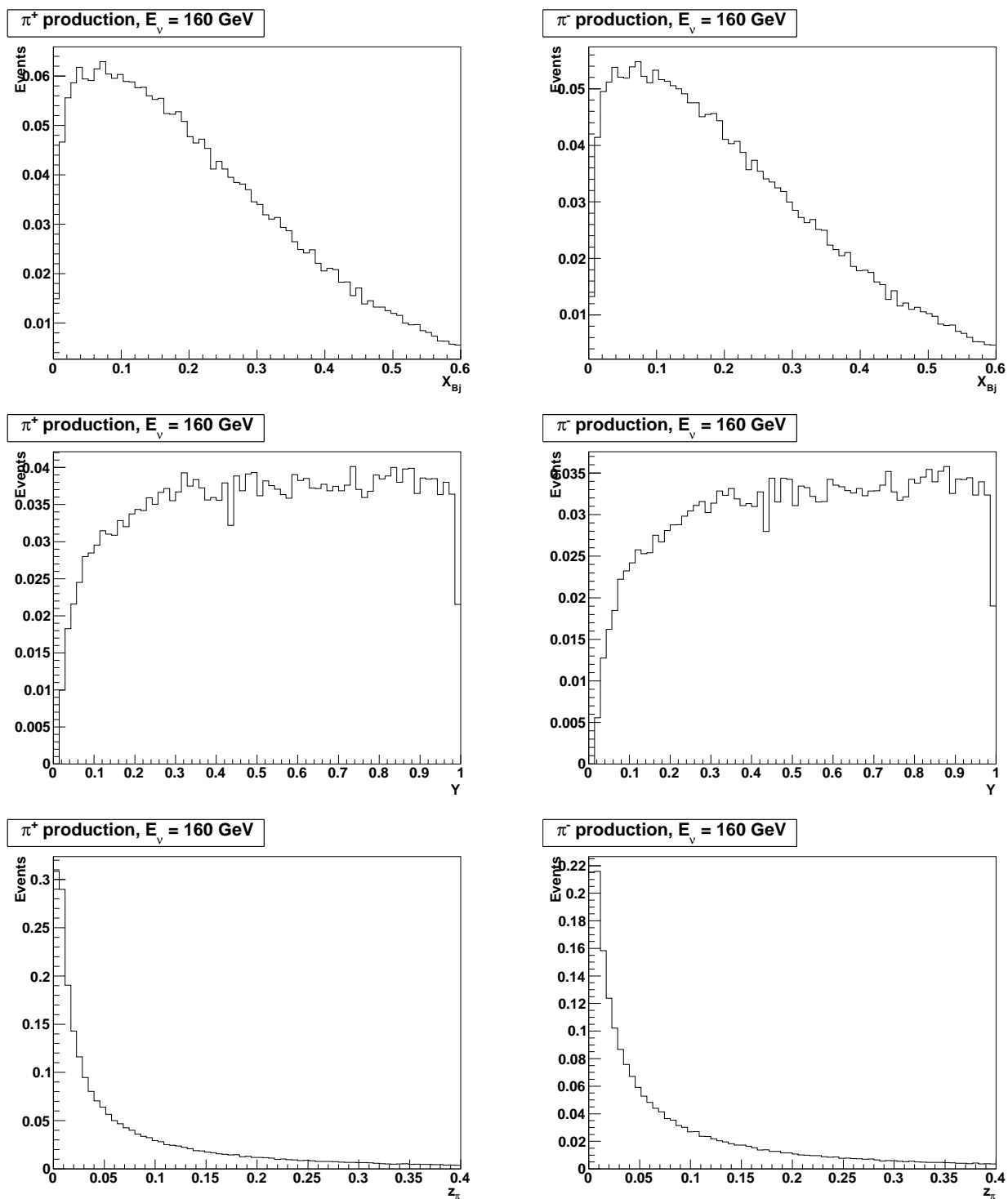


Рис. 2.6: Выходы заряженных пионов как функции Бьеркеновских переменных  $x$  и  $y$  и доли энергии  $z_\pi$ , уносимой пионом из струи.

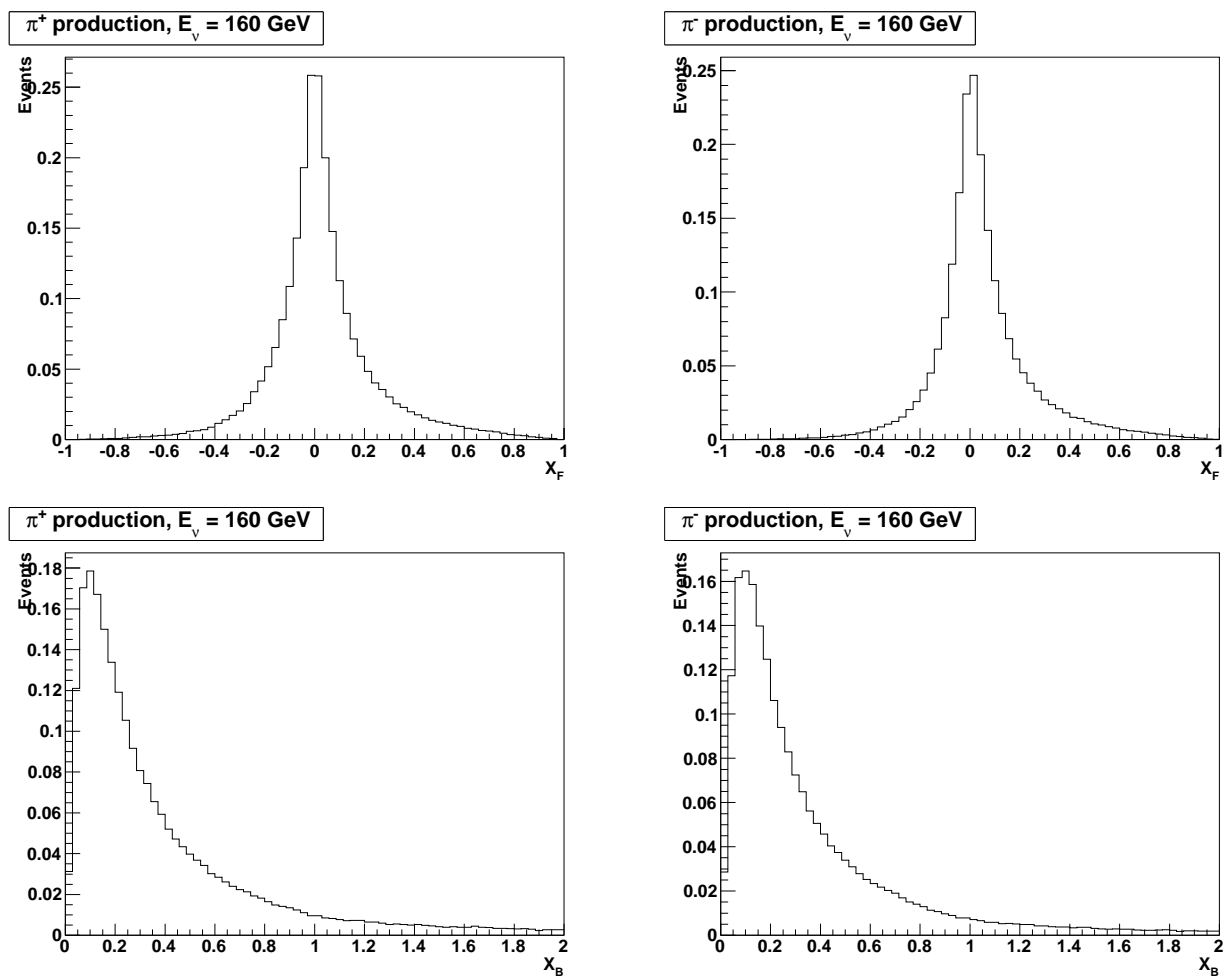


Рис. 2.7: Выходы заряженных пионов как функции  $x$  - Фейнмана ( $x_F$ ),  $x$  - Брейта ( $x_B$ )

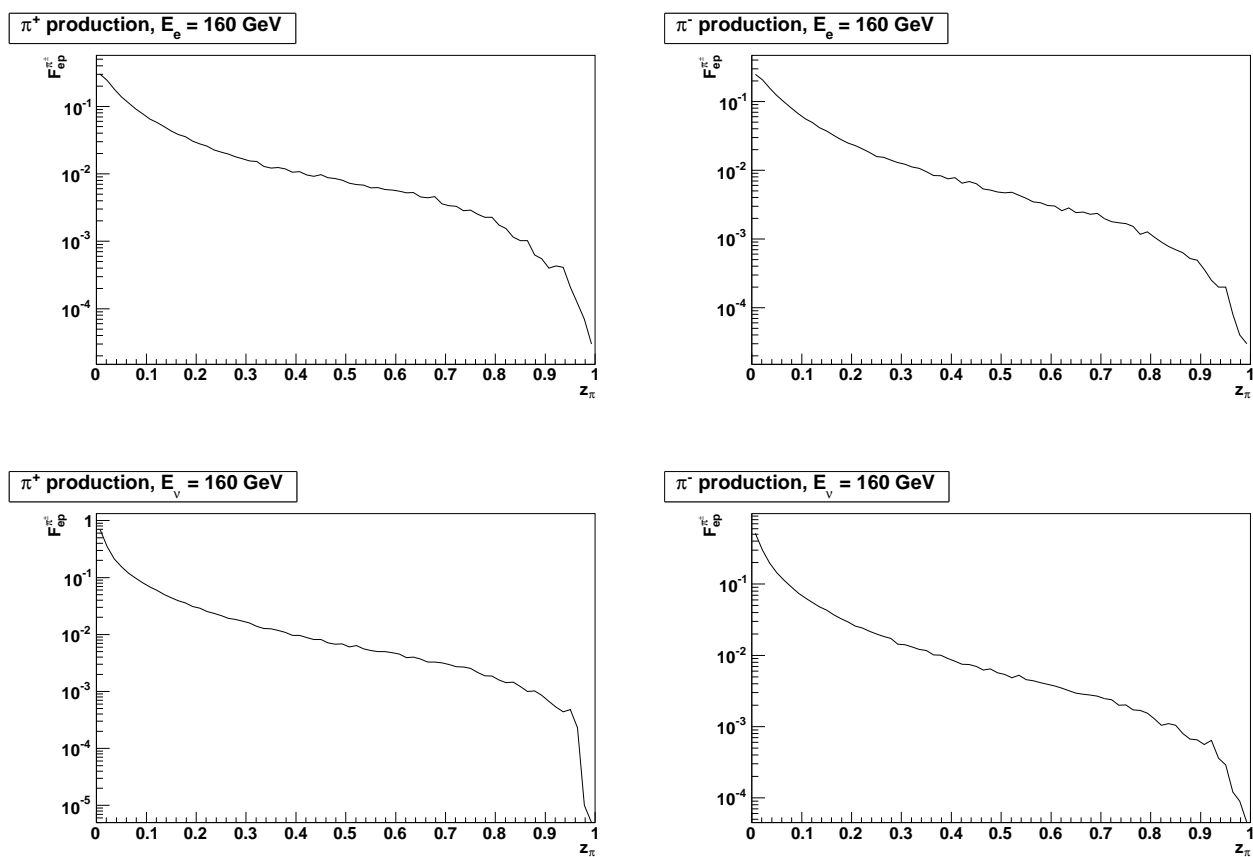


Рис. 2.8: Полная функция фрагментации как функция энергии, уносимой пионом из струи ( $z_{\pi}$ ). Верхние графики для  $ep$  - процесса, нижние для  $\nu p$  - процесса.

## Глава 3

# Обсуждение схемы измерения партонных функции фрагментации и нуклонных фрактурных функций

Из полученного результата в главе 2 можно сделать вывод о возможности измерения (извлечения) партонных функции фрагментации и нуклонных фрактурных функций заряженных пионов из полуинклюзивных ГНР по  $e^+e^-$  аннигиляциям и взаимодействиям заряженных лептонов и нейтрино с нуклонами. Однако, есть неопределенность в выборе системы отсчета для лептон-нуклонных взаимодействий. Каждая из трех, лабораторная, система центра масс рождающихся адронов или система Брейта, имеют свои преимущества и недостатки, требующие дальнейшего исследования. В данной главе мы кратко определим дальнейший подход к исследованию в этом направлении.

### 3.1 Идея применения схемы

Идея схемы извлечения была кратко озвучена во введении. Было найдено ранее [3], что измерив полуинклюзивное сечение рождения  $\pi^\pm$  в процессах  $e^+e^-$ ,  $\ell^\pm N$ ,  $\nu N$ ,  $\bar{\nu} N$  можно однозначно и модельно независимо извлечь функции фрагментации кварков и

функции фрагментации остатка нуклона. Обсуждаемые процессы описываются четырьмя функциями фрагментации кварков ( $D_d^{\pi^+}, D_u^{\pi^+}, D_s^{\pi^+}, D_c^{\pi^+}$ ) и девятью фрактурными функциями ( $M_{d,p}^{\pi^+}, M_{d,p}^{\pi^-}, M_{u,p}^{\pi^+}, M_{u,p}^{\pi^-}, M_{d,p}^{\pi^+}, M_{d,p}^{\pi^-}, M_{u,p}^{\pi^+}, M_{u,p}^{\pi^-}, M_{s,p}^{\pi^+}$ ). Всего 13 неизвестных функций. Это число, однако, совпадает с числом экспериментальных наблюдаемых, которые измеряются в процессах  $e^+e^-$ ,  $\ell^\pm N$ ,  $\nu N$ ,  $\bar{\nu} N$ , что позволяет измерить каждую из этих функций, не предполагая модельной зависимости функции фрагментации, решая систему линейных уравнений в каждой точке в пространстве переменных кинематических переменных ГНР  $\sqrt{s}(x_{B_j}, Q^2)$  и рождения пионов  $z(x_F, x_p)$ :

$$\mathcal{F} = \mathcal{E}\mathcal{D}, \quad (3.1)$$

как

$$\mathcal{D} = \mathcal{E}^{-1}\mathcal{F}, \quad (3.2)$$

где  $\mathcal{F}$  — вектор-столбец из измеренных значений множественности,  $\mathcal{D}$  — вектор-столбец из функций фрагментации, а  $\mathcal{E}$  — явные выражения, вычисляемые из ГНР сечений в рамках Стандартной Модели.

## 3.2 Реализация схемы

Подход, изложенный выше, может быть реализован посредством решения обратной задачи уравнения (3.2). Это уравнение выпишем в матричной форме в кинематической точке  $(\sqrt{s}_i, z_j)$ , например, для системы центра масс в  $e^+e^-$  и для лабораторной системы для лептон-нуклонных рассеяний в следующем виде

$$\mathcal{D}_q(\sqrt{s}_i, z_j) = \sum_t \mathbb{E}_{qt}^{-1}(\sqrt{s}_i, z_j) \cdot \mathcal{F}_t(\sqrt{s}_i, z_j), \quad (3.3)$$

где  $\mathcal{F}_t$  - экспериментально измеренная поная функция фрагментации типа реакции  $t = ee, \ell N, \nu N$ ,  $\mathcal{D}_q$  - одна из партонных функций фрагментации или фрактурных функций нуклонов,  $\mathbb{E}_{qt}^{-1}$  - элемент обратной матрицы коэффициентов сечения процессов. В схему обязательно должны быть включены ошибки измерения  $\delta\mathcal{F}_t$ , как и ошибки на измеренные параметры в коэффициентах сечений  $\delta\mathbb{E}_{qt}$ , например, таких как знание и

выбор партонных плотностей распределения кварков в нуклоне  $q(x_{B_j})$  или константа  $G_F$ .

Дальнейшее исследование будет продолжено на совмещение системы центра масс в  $e^+e^-$  и системы центра масс рождающихся адронов или системы Брейта в лептон-нуклонных рассеяниях, измерении систематических эффектов в различных системах отсчета.

## Заключение

В процессе выполнения данной работы были получены следующие результаты:

- выполнено моделирование событий с рождением заряженных и нейтральных пионов в в глубоко неупругих реакциях по  $e^+e^-$  аннигиляциям и взаимодействиям заряженных лептонов и нейтрино с нуклонами;
- получены полные функции фрагментации пионов для исследуемых реакций;
- исследованы следующие системы отсчета:
  - система центра масс для процесса  $e^+e^-$  аннигиляций,
  - лабораторная система отсчета, система покоя адронной струи, система Брейта для процессов взаимодействия заряженных лептонов и нейтрино с нуклонами;
- в процессе работы продемонстрирована возможность применения единого подхода измерения партонных функций фрагментации и фрактурных функций нуклонов в исследованных системах отсчета с аналогичной кинематикой рождения пионов.

В рамках XVI конференции „ОМУС-2012“ был сделан доклад по теме дипломной работы.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Foster B., Martin A.D., Vincet M.G. Structure functions / C. Amsler, M.Doser, M.Antonelli et al.// Particle Data Group (Review of particle physics). – Phys.Lett.B – №1. – 2008. – P.177-194.  
Biebel O., Milsread D., Nason P. Fragmentation function in  $e^+e^-$  annihilation and lepton–nucleon DIS/ C. Amsler, M.Doser, M.Antonelli et al.// Particle Data Group (Review of particle physics). – Phys.Lett.B – №1. – 2008. – P.195-202.
- [2] Trentadue L., Veneziano G. Fracture function: an improves description of inclusin hard processes in QCD/L. Trentadue, G.Veneziano // Phys. Lett. B – 1994. – № 323. – P.201.
- [3] А. К. Едемская, Д. В. Наумов, О. Б. Самойлов, “Процессы фрагментации легких кварков в пионы”, Письма в ЭЧАЯ, Т.8 №7, 1276-1281 (2011).
- [4] Ефремов А.В. Глубоко неупругие процессы / Н.Н. Андреев, Б.А. Введенский, Б.М.Вул и др.//ФЭС. – 4-е изд. – М., 1988. – Т.1. – С.474-475.
- [5] <http://hepdata.cedar.ac.uk>
- [6] Sjostrand T., перевод с англ. Савиной М.В. Pythia 5.6 и Jetset 7.3 физическое описание и руководство пользователя/Т. Sjostrand, пер. с англ. М.В. Савиной. - Дубна:ОИЯИ, 1998. - 658 с.
- [7] Meyer J.-P., Rubbia A.NEGLIB: NOMAD event generator off-line manual/J.-P. Meyer, A. Rubbia // NOMAD Internal Note – 1992. – 92-016.
- [8] Ingelman G. LEPTO version 6.1, The Lund Monte Carlo for deep inelastic lepton–nucleon scattering/ G. Ingelman // TSL-ISV-92-0065 – 1992.



- [9] Andersson B., Gustafson G., Ingelman G., Sjostrand T. Parton fragmentation and string dynamics/ B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman, T. Sjostrand // Phys. Rept. – 1983. – 97:31.
- [10] Sjostrand T. High-energy physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4./ T. Sjostrand // Comput. Phys. Commun. – 1994. – 82:74. – 90.