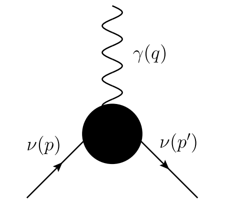
Электромагнитные свойства массивного нейтрино

А.А. Добрынина, Н.В. Михеев, Е.Н.Нарынская

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Байкальская Летняя Школа по Физике
Элементарных Частиц и Астрофизике
5 - 12 июля 2012

Электромагнитные характеристики частиц (электрический заряд, магнитный момент, дипольный электрический момент) могут быть получены из анализа вершинной функции нейтрино.



Общий случай: нейтрино и фотон являются виртуальными

Специфические случаи

- Реальные нейтрино и виртуальный фотон
  - B.W. Lee and R.E.Shrock, Phys. Rev. D.(1977)
  - Cabral-Rosetti L. G. and et all,Eur. Phys. J.(2000)
  - M.Dvornikov, A.Studenikin, Phys. Rev. D.(2004)
- Виртуальные нейтрино и реальный фотон

Вычисляем

однопетлевую вершинную функцию нейтрино при малом переданном импульсе q_μ для нейтрино, находящихся вне массовой поверхности.

Вычисление проводим в R_ξ-калибровке на основе собственно-энергетического оператора $\Sigma(p)$ в слабом внешнем постоянном и однородном электромагнитном поле.

Электромагнитное поле предполагается слабым на масштабе массы W-бозона:

$$eB, e\mathcal{E} \ll m_W^2 \ (B \ll 10^{24}\text{Гс})$$

B и $\mathcal{E}$ – напряженности магнитного и электрического полей.

Общая структура массового оператора в линейном по полю приближении:

$$\Sigma(p)-\Sigma_0 = (p\tilde{F}\gamma)\,\gamma_L\, C_L(p^2)+(p\tilde{F}\gamma)\,\gamma_R\, C_R(p^2)+im_\nu(\gamma F\gamma)\,K_2(p^2)$$

Σ_0 – не зависящая от внешнего поля часть массового оператора, m_ν – массы нейтрино, p_α – импульс нейтрино, $\gamma_{L,R} = (1 \pm \gamma_5)/2$,
$F_{\alpha\beta}$ и $\tilde{F}_{\alpha\beta}$ – тензор и дуальный тензор внешнего электромагнитного магнитного поля.

Массовый оператор можно представить в виде разложения по полю $F_{\alpha\beta}$

$$\Sigma(p) = \Sigma_0 + \frac{\partial\Sigma(p)}{\partial F_{\alpha\beta}} F_{\alpha\beta} + \cdots .$$

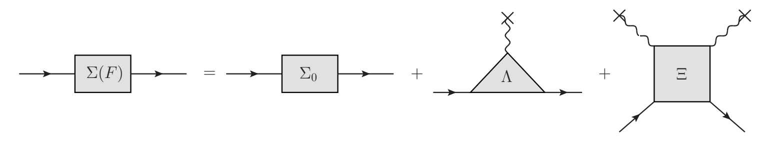
При рассмотрении медленно изменяющегося поля $q \to 0$

$$F_{\alpha\beta} \Rightarrow -i(q_\alpha \varepsilon_\beta - q_\beta \varepsilon_\alpha)\,,$$

$$\Sigma(p) = \Sigma_0(p) + \Lambda_\beta\, \varepsilon_\beta + \cdots$$

Λ_β – вершинная функция виртуального нейтрино,
ε_α – 4-вектор поляризации фотона.

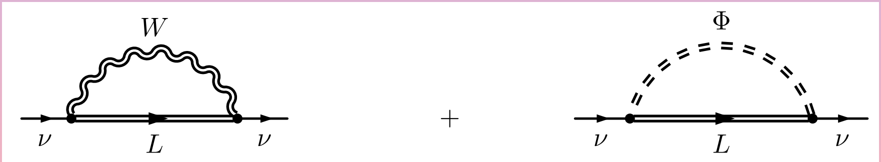
Связь между собственно-энергетическим оператором $\Sigma(p)$ и вершинной функцией:



Массовый оператор массивного нейтрино $\Sigma(p)$ определяется амплитудой процесса перехода $\nu \to \nu$:

$$M_{(\nu\to\nu)} = -\,\overline{U}(p)\,\Sigma(p)\,U(p),$$

Вклад внешнего электромагнитного поля в процесс перехода $\nu \to \nu$ обусловлен квантовыми процессами с обменом W-бозоном и скалярным заряженным Φ-бозоном:



Лагранжиан взаимодействия фермионов и бозонов имеет вид:

$$L = \frac{g}{2\sqrt{2}}\,(\overline{\psi}_L\,\gamma_\alpha\,(1+\gamma_5)\,\psi_N)\,W_\alpha \quad + \quad \frac{g}{2\sqrt{2}}\,(\overline{\psi}_N\,\gamma_\alpha\,(1+\gamma_5)\,\psi_L)\,W^*_\alpha -$$
$$- \frac{g}{\sqrt{2}\,m_W}\,((\overline{\psi}_N\,K\,\psi_L)\,\Phi^* \quad + \quad (\overline{\psi}_L\,\overline{K}\,\psi_N)\,\Phi),$$

g – константа электрослабого взаимодействия в стандартной модели,
ψ_N, ψ_L, W_α и Φ – поля массивной нейтральной частицы (нейтрино), заряженного лептона, W-бозона и заряженного скалярного бозона,
$K = m_L\,\gamma_R - m_\nu\,\gamma_L$,
$\overline{K} = \gamma_0\,K^+\,\gamma_0$,
m_ν, m_L и m_W – массы нейтрино, заряженного лептона и W-бозона соответственно.

$$\Sigma(p) = -\frac{ig^2}{2}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,(\gamma_\alpha\,\gamma_L\,G^l(Q)\,\gamma_\beta\,\gamma_L)\;G^W_{\beta\alpha}(k) - \\ -\frac{ig^2}{2m_W^2}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,(K\,G^l(Q)\,\bar{K})\,G^\Phi(k)\,,$$

k_μ – 4-импульс бозона,
$Q_\mu = p_\mu + k_\mu$ – 4-импульс лептона,
$G^\Phi(k)$ – пропагатор заряженного скалярного бозона,
$G^W_{\beta\alpha}$ – пропагатор W-бозона,
$G^l(Q)$ – пропагатор заряженного лептона.

В линейном по полю приближении в R_ξ-калибровке пропагаторы имеют вид:

$$
\begin{aligned}
G^{\Phi}(k) &= \frac{i}{k^2 - \xi m_W^2} + \mathcal{O}(F^2)\,, \\
G^{l}(Q) &= i\,\frac{\hat{Q} + m_L}{Q^2 - m^2} - \frac{2e(Q\tilde{F}\gamma)\,\gamma_5 + iem_\nu(\gamma\, F\gamma)}{2(Q^2 - m_L^2)^2} + \mathcal{O}(F^2)\,, \\
G^{W}_{\beta\alpha}(k) &= -\frac{i\,g_{\alpha\beta}}{k^2 - m_W^2} + \frac{i}{m_W^2}\left(\frac{1}{k^2 - m_W^2} - \frac{1}{k^2 - \xi m_W^2}\right) k_\beta\, k_\alpha - \\
&- \frac{2eF_{\beta\alpha}}{(k^2 - m_W^2)^2} - \frac{eF_{\beta\alpha}}{2m_W^2}\left(\frac{1}{k^2 - m_W^2} - \frac{1}{k^2 - \xi m_W^2}\right) - \\
&- \frac{e}{m_W^2}\left(\frac{1}{(k^2 - m_W^2)^2} - \frac{1}{(k^2 - \xi m_W^2)^2}\right)((Fk)_\beta\, k_\alpha - k_\beta(Fk)_\alpha) + \mathcal{O}(F^2)\,,
\end{aligned}
$$

Оператор $\Sigma(p)$ виртуального нейтрино можно представить в следующей форме

$$\Sigma(p) = \Sigma_0(p) + \frac{i}{2}\left(\hat{p} - m_\nu\right)(\gamma F \gamma)\left\{f_1(p^2) + f_2(p^2)\gamma_5\right\} +$$
$$+ \frac{i m_\nu}{4}(\gamma F \gamma)\left\{f_3(p^2) + 2 f_2(p^2)\gamma_5\right\} - i(pF\gamma)\left\{f_1(p^2) + f_2(p^2)\gamma_5\right\}$$

$$F_{\alpha\beta} \Rightarrow -i(q_\alpha \varepsilon_\beta - q_\beta \varepsilon_\alpha)$$

Вершинная функция с двумя виртуальными нейтрино в пределе малого переданного импульса q_μ,

$$\Lambda_\beta = -\frac{m_\nu}{2} f_3(p^2)\,(\sigma q)_\beta - \frac{1}{2}\,(\hat{p} - m_\nu)(\sigma q)_\beta \Big(f_1(p^2) + f_2(p^2)\gamma_5 \Big) - \\ - \frac{1}{2}\,(\sigma q)_\beta \,\Big(f_1(p^2) - f_2(p^2)\gamma_5 \Big)\,(\hat{p} - m_\nu)$$

Далее удобно ввести обозначения

$$[\Delta\xi] = m_L^2 x + \xi m_W^2 (1-x) - p^2 x (1-x)\,,$$

$$[\Delta 1] = [\Delta\xi]\,|_{\xi=1}$$

Интегральное представление функций $f_1(p^2)$, $f_2(p^2)$, $f_3(p^2)$

$$f_1(p^2) = \frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \int\limits_0^1 dx \left[\frac{(1-x)(4\, m_W^2 - 2x\, m_W^2 - x^3 p^2)}{[\Delta 1]} + \right.$$

$$\left. + \frac{x(1-x)(x^2\, p^2 - m_L^2 - m_\nu^2)}{[\Delta\xi]} + (1-3x^2)\ln\frac{[\Delta\xi]}{[\Delta 1]} \right],$$

$$f_2(p^2) = \frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \int\limits_0^1 dx \left[\frac{(1-x)(4\, m_W^2 - 2x\, m_W^2 - x^3 p^2)}{[\Delta 1]} + \right.$$

$$\left. + \frac{x(1-x)(x^2\, p^2 - m_L^2 + m_\nu^2)}{[\Delta\xi]} + (1-3x^2)\ln\frac{[\Delta\xi]}{[\Delta 1]} \right],$$

$$f_3(p^2) = \frac{eG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \int\limits_0^1 dx \left[\frac{(1-x)(4\, m_W^2 - 2x\, m_W^2 - x^3 p^2)}{[\Delta 1]} + \right.$$

$$\left. + \frac{x(p^2\, x^2(1-x) + m_L^2(1+x) - m_\nu^2(1-x))}{[\Delta\xi]} + (1-3x^2)\ln\frac{[\Delta\xi]}{[\Delta 1]} \right],$$

Рассмотрим случай реального нейтрино $p^2 = m_\nu^2$, $\hat{p} = m_\nu$

Полученная нами вершинная функция приводится к виду

$$\Lambda_\beta = 0 \cdot \gamma_\mu + 0 \cdot i\sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 - \frac{m_\nu f_3(m_\nu^2)}{2}(\sigma q)_\beta + \mathcal{O}(q^2)$$

Отсутствует зависимость от параметра калибровки ξ!

Общее выражение для вершинной функции в пределе малого переданного импульса q_μ

$$\Lambda_\mu = F_Q(0)\,\gamma_\mu - F_M(0)\,(\sigma q)_\mu + iF_E(0)(\sigma q)_\mu \gamma_5 + \mathcal{O}(q^2)$$

Сравнение показывает:

у реального нейтрино электрический заряд $F_Q(0) = 0$ и дипольный электрический момент $F_E(0) = 0$

Магнитный момент массивного нейтрино $F_M(0)$ отличен от нуля

$$\mu_\nu = \frac{1}{2} m_\nu\, f_3(p^2)\Big|_{p^2 \to m_\nu^2} = \frac{e\, G_F\, m_\nu}{8\sqrt{2}\,\pi^2}\, J(m_\nu^2\,, m_L^2\,, m_W^2)$$

Для функции $J(m_\nu^2\,, m_L^2\,, m_W^2)$ можно выделить области, определяемые условиями:

1. $m_\nu > m_W + m_L$
2. $|m_W - m_L| < m_\nu < m_W + m_L$
3. $m_\nu < |m_W - m_L|$

$m_\nu > m_W + m_L \Rightarrow$ ''нестабильное'' нейтрино

$$
\begin{aligned}
J \;=\;& \frac{2m_W^2 + m_L^2 + m_\nu^2}{m_\nu^2} + \\
+\;& \frac{1}{2m_\nu^4}\,\left(m_\nu^2\,(3m_W^2 - m_L^2) + m_L^4 + m_L^2\,m_W^2 - 2\,m_W^4\right)\,\ln\left(\frac{m_W^2}{m_L^2}\right) - \\
-\;& \frac{1}{m_\nu^4}\,\left(m_\nu^2\,m_W^2\,(m_\nu^2 + 7m_L^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_L^2)\,l_1^2\right) \times \\
\times\;& \frac{1}{2l_1}\ln\left(\frac{(m_\nu^2 + l_1)^2 - (m_L^2 - m_W^2)^2}{(m_\nu^2 - l_1)^2 - (m_L^2 - m_W^2)^2}\right) - \\
-\;& i\,\frac{\pi}{m_\nu^4\,l_1}\,\left(m_\nu^2\,m_W^2\,(m_\nu^2 + 7m_L^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_L^2)\,l_1^2\right)
\end{aligned}
$$

где

$$
l_1 = \sqrt{(m_\nu^2 - (m_L - m_W)^2)\,(m_\nu^2 - (m_L + m_W)^2)}\,.
$$

Магнитный момент нейтрино μ_ν - комплексный

Ширина распада $\nu \to L^- \, W^+$ в вакууме

$$\Gamma^{(0)} = \frac{G_F}{8\sqrt{2}\,\pi} \frac{I_1}{m_\nu^3} \Big((m_\nu^2 - m_L^2)^2 + m_W^2 (m_\nu^2 + m_L^2 - 2m_W^2) \Big).$$

Полевая поправка $\Delta\Gamma^F$ определена через мнимую часть магнитного момента нейтрино

$$\Delta\Gamma^F = 2(\vec{\sigma}\,\vec{B})\,\mathrm{Im}\,\mu_\nu$$

$$\mathrm{Im}\,\mu_\nu = -\frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi} \frac{m_\nu^2\, m_W^2\, (m_\nu^2 + 7m_L^2 - m_W^2) + (2m_W^2 + m_L^2)\, I_1^2}{m_\nu^3\, I_1}$$

$\vec{\sigma}$ – удвоенный средний спин нейтрино

Удобно ввести обозначения

$$z = m_\nu/(m_W + m_L), \quad \lambda = m_L/m_W$$

В окрестности порога, $z - 1 \ll 1$, имеет место усиление полевой поправки

$$\Gamma \simeq \Gamma^{(0)}\left(1 - (\vec{\sigma}\,\vec{b}_w)\frac{4+\lambda}{12\lambda(1+\lambda)}\frac{1}{z-1}\right)$$

Ширина распада в вакууме упрощается

$$\Gamma^{(0)} \simeq \frac{3G_F\, m_W^3}{2\pi}\frac{\lambda^{3/2}}{1+\lambda}\sqrt{z-1}$$

Напряженность магнитного поля в единицах критического поля W-бозона

$$\vec{b}_w = \frac{e\vec{B}}{m_W^2} = \frac{\vec{B}}{B_W}\,, \qquad B_W = 10^{24}\text{Гс}$$

Заключение

- Вычислен массовый оператор нейтрино, находящегося вне массовой поверхности
- Получено выражение для вершинной функции виртуального нейтрино при малом переданном импульсе $q \to 0$
- Определены значения форм-факторов при нулевом квадрате переданного импульса

$$F_Q(0) = 0, \quad F_E(0) = 0, \quad F_M(0) = \frac{m_\nu}{2} f_3(p^2)\Big|_{p^2 \to m_\nu^2}$$

- Магнитный момент нейтрино при $m_\nu > m_W + m_L$ становится комплексным
- Мнимая часть магнитного момента определяет полевую поправку к ширине распада $\nu \to L^- W^+$