

Нейтринные осцилляции в веществе и
возможность экспериментального
исследования декогеренции в солнечных
экспериментах

К.А. Тресков (ИГУ)

Руководители:

к.ф.-м.н. Д.В. Наумов (ЛЯП ОИЯИ),

д.ф.-м.н. Валл А.Н. (ИГУ)

7 июля 2015, Большие Коты

Плосковолновая теория нейтринных осцилляций

- ▶ Нейтринные осцилляции - переход нейтрино из одного состояния в другое из-за различия состояний взаимодействия и распространения.
- ▶ Стандартный квантовомеханический подход

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j V_{\alpha j} |\nu_j(k)\rangle$$

$$P_{\alpha\beta}(L) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_{i,j} V_{i\beta}^\dagger V_{\alpha i} V_{j\alpha}^\dagger V_{\beta j} \exp \left[-2\pi i \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}} \right],$$

$$L_{ij}^{\text{osc}} = 2\pi \frac{2E_\nu}{\Delta m_{ij}^2}$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$s_{ij} = \sin \theta_{ij}, c_{ij} = \cos \theta_{ij}.$$

Плосковолновая теория нейтринных осцилляций

- ▶ Нейтринные осцилляции - переход нейтрино из одного состояния в другое из-за различия состояний взаимодействия и распространения.
- ▶ Стандартный квантовомеханический подход

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j V_{\alpha j} |\nu_j(k)\rangle$$

$$P_{\alpha\beta}(L) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_{i,j} V_{i\beta}^\dagger V_{\alpha i} V_{j\alpha}^\dagger V_{\beta j} \exp\left[-2\pi i \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}}\right],$$

$$L_{ij}^{\text{osc}} = 2\pi \frac{2E_\nu}{\Delta m_{ij}^2}$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$s_{ij} = \sin \theta_{ij}, c_{ij} = \cos \theta_{ij}.$$

Осцилляции в вакууме с волновыми пакетами

Последовательное рассмотрение приводит к волновым пакетам

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f(k; p, \sigma^2) |\nu_j(k)\rangle, \quad f(k; p, \sigma^2) = \left(\frac{2\pi}{\sigma^2}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left[-\frac{(k-p)^2}{4\sigma^2}\right]$$

$$P_{\alpha\beta}(L) = \sum_{i,j} \frac{V_{i\beta}^\dagger V_{\alpha i} V_{j\alpha}^\dagger V_{\beta j}}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp\left[-\frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}}\right)^2 - D_{ij}^2\right] e^{-i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d)}$$

Декогеренция - подавление осцилляций за счёт расхождения волновых пакетов

$$\frac{1}{\sigma_p^2} = \frac{1}{\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_d^2}, \quad L_{ij}^{\text{coh}} = \frac{p}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} L_{ij}^{\text{osc}}, \quad L_{ij}^d = \frac{p}{2\sqrt{2}\sigma_p} L_{ij}^{\text{coh}}, \quad D_{ij}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{4\sigma_p p}\right)^2$$

$$\varphi_{ij}(L) = 2\pi \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}}, \quad \varphi_{ij}^d(L) = -\frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}}\right)^2 \frac{L}{L_{ij}^d} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L}{L_{ij}^d},$$

Осцилляции в вакууме с волновыми пакетами

Последовательное рассмотрение приводит к волновым пакетам

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f(k; p, \sigma^2) |\nu_j(k)\rangle, \quad f(k; p, \sigma^2) = \left(\frac{2\pi}{\sigma^2}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left[-\frac{(k-p)^2}{4\sigma^2}\right]$$

$$P_{\alpha\beta}(L) = \sum_{i,j} \frac{V_{i\beta}^\dagger V_{\alpha i} V_{j\alpha}^\dagger V_{\beta j}}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp\left[-\frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}}\right)^2 - D_{ij}^2\right] e^{-i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d)}$$

Декогеренция - подавление осцилляций за счёт расхождения волновых пакетов

$$\frac{1}{\sigma_p^2} = \frac{1}{\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_d^2}, \quad L_{ij}^{\text{coh}} = \frac{p}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} L_{ij}^{\text{osc}}, \quad L_{ij}^d = \frac{p}{2\sqrt{2}\sigma_p} L_{ij}^{\text{coh}}, \quad D_{ij}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{4\sigma_p p}\right)^2$$

$$\varphi_{ij}(L) = 2\pi \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}}, \quad \varphi_{ij}^d(L) = -\frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}}\right)^2 \frac{L}{L_{ij}^d} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L}{L_{ij}^d},$$

Что мы можем сказать о величине и о возможности экспериментального изучения σ_p ?

- ▶ σ_p определяется пространственной неопределённостью областей, где нейтрино рождается и детектируется.
- ▶ В то же время определение его из первых принципов затруднительно. Возможны оценки по времени жизни нестабильных частиц, по средней длине свободного пробега между столкновениями и т.д.
- ▶ Например, для нейтрино, рождающихся в реакции $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ различные оценки дают разброс $\sigma_p \sim 10^{-3} - 10^3$ эВ.
- ▶ При разумных значениях ширины пакета необходимо распространение на расстояние много большие длины осцилляций для наблюдения декогеренции?
- ▶ Возможно ли использовать солнечные эксперименты для изучения эффектов декогеренции?

Нейтринные осцилляции в веществе в плосковолновом подходе

Гамильтониан взаимодействия нейтрино с веществом (электронами) во флейворном базисе имеет вид

$$H_M = \frac{1}{2E} V \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} V^\dagger + \begin{pmatrix} \sqrt{2}G_f n_e(t) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow U(t)H_M U^\dagger(t) = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \tilde{m}_1^2(t) & 0 \\ 0 & \tilde{m}_2^2(t) \end{pmatrix}$$

Новые состояния распространения:

$$|\tilde{\nu}_1\rangle = |\nu_e\rangle \cos \tilde{\theta} - |\nu_\mu\rangle \sin \tilde{\theta} = |\nu_1\rangle \cos(\tilde{\theta} - \theta) - |\nu_2\rangle \sin(\tilde{\theta} - \theta),$$

$$|\tilde{\nu}_2\rangle = |\nu_e\rangle \sin \tilde{\theta} + |\nu_\mu\rangle \cos \tilde{\theta} = |\nu_1\rangle \sin(\tilde{\theta} - \theta) + |\nu_2\rangle \cos(\tilde{\theta} - \theta),$$

массы и угол смешивания также изменились, $V_e(\mathbf{x}(t)) = \sqrt{2}G_f E n_e(\mathbf{x}(t))$

$$\tilde{m}_{1,2}^2(t) = \frac{1}{2} \left(m_1^2 + m_2^2 + 2V_e \mp \Delta m^2 \sqrt{\left(\cos 2\theta - \frac{2V_e(x(t))}{\Delta m^2} \right)^2 + \sin^2 2\theta} \right)$$

$$\sin^2 2\tilde{\theta}(t) = \frac{\sin^2 2\theta}{\left(\cos 2\theta - \frac{2V_e(x(t))}{\Delta m^2} \right)^2 + \sin^2 2\theta}$$

Осцилляции в среде с переменной плотностью, адиабатическое приближение

Уравнение Шрёдингера с начальным условием

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu(t)\rangle = \hat{H}_M |\nu(t)\rangle$$
$$|\nu(t_s)\rangle = \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f_s(k; p_s, \sigma_s) U_{\alpha j}(\mathbf{x}(t_s); p) |\tilde{\nu}_j(t_s; k)\rangle$$

в случае плотности электронов характерной для Солнца

$$n_e(r) = 245 N_A \exp\left[-\frac{r}{r_0}\right] \text{ см}^{-3}, \quad r_0 = \frac{R_\odot}{10.56}$$

может быть исследовано в адиабатическом приближении

$$i \frac{\partial}{\partial t} \langle \tilde{\nu}_j(t; p) | \nu(t) \rangle \approx \tilde{E}_j(t; p) \langle \tilde{\nu}_j(t; p) | \nu(t) \rangle$$

$$|\nu_\alpha(t; p_s)\rangle = \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f_s(k; p_s, \sigma_s) e^{-i \int_{t_s}^t d\tau \tilde{E}_j(\mathbf{x}(\tau); k)} U_{\alpha j}(\mathbf{x}(t_s); k) |\tilde{\nu}_j(t; k)\rangle,$$

Нейтринные осцилляции с волновыми пакетами в веществе. Амплитуда и вероятность

$$A_{\alpha\beta}(L; t, t_s) = \langle \nu_\beta(t; p_d) | \nu_\alpha(t; p_s) \rangle$$
$$= \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f_d^*(k; p_d, \sigma_d) f_s(k; p_s, \sigma_s) U_{\alpha j}(\mathbf{x}(t_s), k) U_{j\beta}^\dagger(\mathbf{x}(t), k) e^{-i \int_{t_s}^t d\tau \tilde{E}_j(\mathbf{x}(\tau), k)},$$

Для получение вероятности также необходимо провести макроскопическое усреднение

$$P_{\alpha\beta}(L) = \left\langle \frac{d^2 n_s}{dt dp_s} \right\rangle^{-1} \int dt_s dp_s \frac{d^2 n_s}{dt dp_s} |A_{\alpha\beta}(t - t_s, L; p_s, p_d)|^2,$$

Ввиду того, что большую часть пути от Солнца к Земле нейтрино распространяется в вакууме, влияние вещества можно рассматривать как малую поправку. Введя параметр

$$\delta(p, t, t_s) = \Delta m^2 \left(\int_{t_s}^t d\tau \sqrt{\left(\frac{2V_e(x(\tau))}{\Delta m^2} - \cos 2\theta \right)^2 + \sin^2 2\theta} - (t - t_s) \right).$$

и используя то, что в детекторе на Земле $U_{j\beta}^\dagger(x(t), k) = V_{j\beta}^\dagger$

Вероятность осцилляций

$$P_{\alpha\beta}(L; x(t_0)) = \sum_{i,j} \frac{V_{i\beta}^\dagger V_{\beta j} U_{j\alpha}^\dagger(p, x(t_s)) U_{\alpha i}(p, x(t_s))}{\sqrt[4]{1 + \left(L/\tilde{L}_{ij}^d\right)^2}} e^{-i\tilde{\varphi}_{ij} - i\tilde{\varphi}_{ij}^d} \times \\ \times \exp \left[-D_{ij}^2 - \left(\frac{L}{\tilde{L}_{ij}^{\text{coh}}} \right)^2 \frac{1}{1 + \left(L/\tilde{L}_{ij}^d\right)^2} \right].$$

Влияние вещества привело к переопределению всех характерных длин

$$\tilde{L}_{ij}^{\text{osc}} = \frac{L_{ij}^{\text{osc}}}{1 + \frac{\delta(p, x(t_s))}{L}}, \quad \tilde{L}_{ij}^{\text{coh}} = \frac{L_{ij}^{\text{coh}}}{1 - \frac{p^2}{L} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\delta(p, x(t_s))}{p} \right)}, \\ \tilde{L}_{ij}^d = \frac{L_{ij}^d}{1 + \frac{p^3}{L} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left(\frac{\delta(p, x(t_s))}{p} \right)}.$$

Усреднение по области рождения нейтрино в Солнце

Экспериментально наблюдаемой является вероятность выживания усреднённая по всей области рождения нейтрино.

$$\langle P_{\alpha\beta}(E, L) \rangle_i = \frac{\int d\mathbf{x}_p g_i(\mathbf{x}_p, E) P_{\alpha\beta}(|\mathbf{L} - \mathbf{x}_p|, E)}{\int d\mathbf{x}_p g_i(\mathbf{x}_p, E)}$$

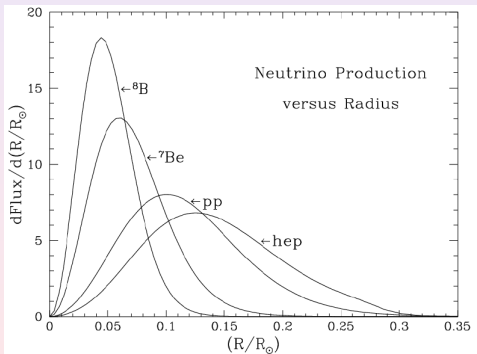


Рис. 1: Взято из arXiv:astro-ph/0010346

Режимы поведения вероятностей после усреднения

- ▶ $E < 1$ МэВ. В этой области влияние вещества мало, осцилляции являются вакуумными. После усреднения все интерференционные члены исчезают $P_{ee} \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{12}$, нет чувствительности к декогеренции
- ▶ $E \approx 2$ МэВ. Эта область отвечает MSW-резонансу. Смешивание максимально ($\sin^2 2\theta_M = 1$) и после усреднения $P_{ee} \approx 1/2$, также никакой чувствительности к декогеренции
- ▶ $E > 6 - 8$ МэВ. При этих энергиях нейтрино рождается как $|\nu_e\rangle \approx |\tilde{\nu}_2\rangle$ и в результате адиабатической эволюции переходит в $|\nu_2\rangle$. Интерференционные члены так же исчезают при усреднении и $P_{ee} \approx \sin^2 \theta_{12}$. Но чувствительность к декогеренции не полностью исчезает в виду зависимости матриц смешивания от импульса нейтрино $U_{\alpha i}(p, x(t_0))$

Режимы поведения вероятностей после усреднения

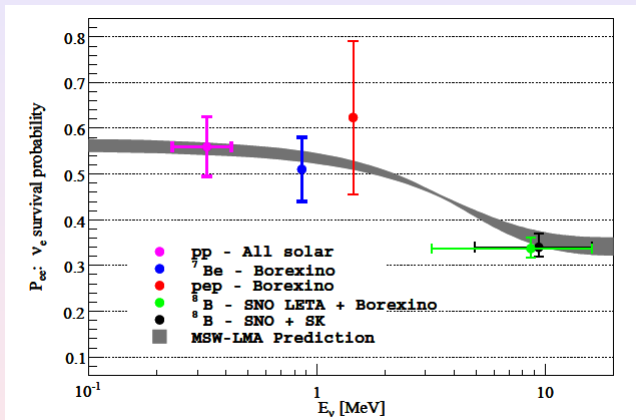
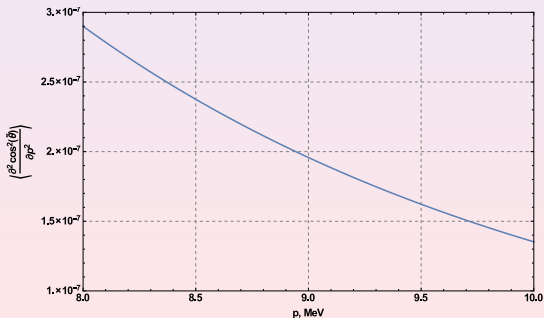


Рис. 2: Взято из arXiv:hep-ex/1110.3230

Чувствительность к декогеренции

$$\langle P_{ee}(E) \rangle = \cos^2 \theta \left(\langle \cos^2 \tilde{\theta} \rangle + \frac{\sigma^2}{2} \left\langle \frac{\partial^2 \cos^2 \tilde{\theta}}{\partial p^2} \right\rangle \right) + \\ + \sin^2 \theta \left(\langle \sin^2 \tilde{\theta} \rangle + \frac{\sigma^2}{2} \left\langle \frac{\partial^2 \sin^2 \tilde{\theta}}{\partial p^2} \right\rangle \right)$$

При $E \approx 9$ МэВ, $\langle \sin^2 \tilde{\theta} \rangle \approx 0.9$, $\langle \cos^2 \tilde{\theta} \rangle \approx 0.098$



$$\Delta\chi^2(\sigma_p)$$

Построив χ^2 для нейтрино от ${}^8\text{B}$, мы можем оценить чувствительность к σ_p . В минимуме $\chi^2(0) = 0.088$. Верхняя граница $\sigma_p^{\text{up}} = 274$ МэВ на уровне достоверности 68.3%.

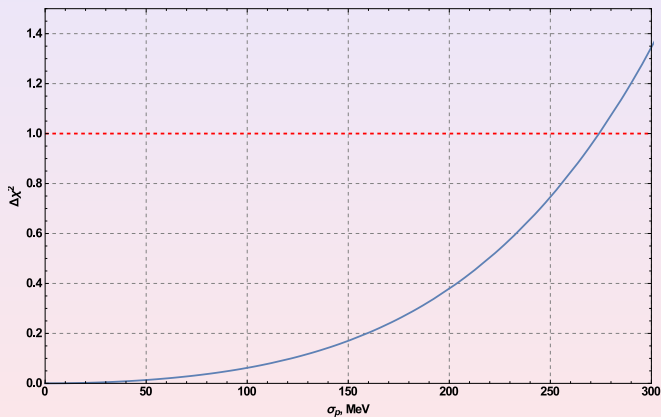


Рис. 3: $\Delta\chi^2(\sigma_p) = \chi^2(\sigma_p) - \chi^2(0)$

- ▶ Предложена квантово-механическая схема нейтринных осцилляций в веществе с переменной плотностью с волновыми пакетами, подходящая для описания солнечных экспериментов.
- ▶ Чувствительность к декогеренции значительно подавлена из-за усреднения по области рождения нейтрино в Солнце.
- ▶ В дальнейшем планируется исследовать чувствительности ускорительных и атмосферных экспериментов к декогеренции.

Запасные слайды

На сегодняшний день best-fit значения параметров смешивания

$$\sin^2 2\theta_{21} = 0.846 \pm 0.021,$$

$$\text{(NH)} \quad \sin^2 2\theta_{23} = 0.999_{-0.018}^{+0.001},$$

$$\text{(IH)} \quad \sin^2 2\theta_{23} = 1.000_{-0.017}^{+0.000},$$

$$\sin^2 2\theta_{13} = (9.3 \pm 0.8) \cdot 10^{-2},$$

$$\Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2,$$

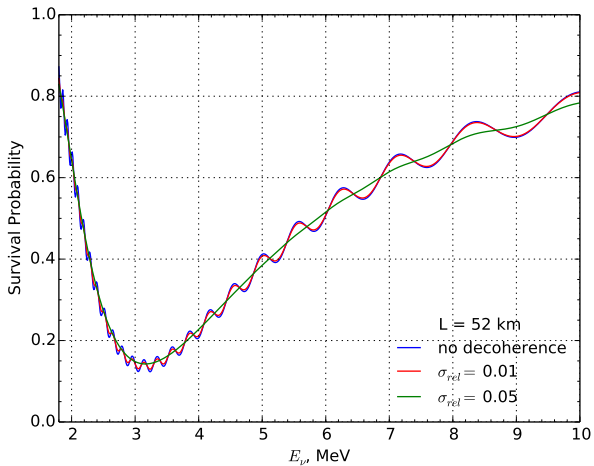
$$|\Delta m_{23}^2| = (2.44 \pm 0.06) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2,$$

$$|\Delta m_{23}^2| = (2.52 \pm 0.07) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2,$$

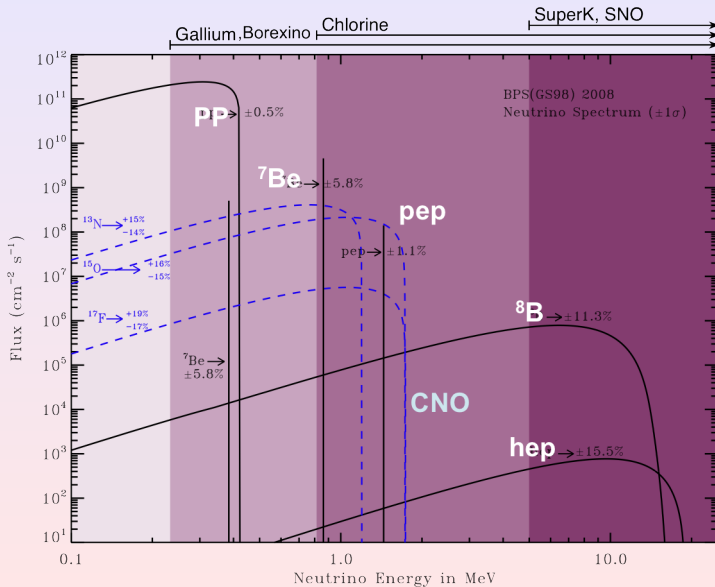
$$\sum_i m_i < 0.23 \text{ эВ}^2.$$

Недостатки плосковолнового подхода

- ▶ Одинаковые импульсы или энергии массивных состояний?
Противоречие с кинематикой распада пиона.
- ▶ Что означает расстояние L , ведь плоские волны делокализованы?
- ▶ Заряженные лептоны и нейтрино входят симметрично в лагранжиан СМ, почему заряженные лептоны не рождаются в когерентной суперпозиции?
- ▶ Неопределённость осцилляционной фазы: учёт различия скоростей распространения нейтрино ведёт к фазе в два раза большей



Спектры солнечных нейтрино



Поставленная задача

- ▶ **Задача:** Развить квантово-механическую теорию нейтринных осцилляций в веществе, использующую волновые пакеты, подходящую для описания экспериментов с солнечными нейтрино. Проанализировать чувствительность к декогеренции этих экспериментов.
- ▶ **Актуальность:** в настоящее время для анализа осцилляционных экспериментов используется стандартная квантово-механическая теория, имеющая ограниченную область применимости. В литературе слабо представлена последовательная теория нейтринных осцилляций в веществе с использованием волновых пакетов. Для анализа данных от солнечных, ускорительных и атмосферных экспериментов необходимо развить соответствующую теорию.

Осцилляции в подходе с волновыми пакетами в вакууме

Эти проблемы происходят из-за не учёта процессов рождения и детектирования нейтрино. Эти процессы могут быть учтены введением волновых пакетов. Состояние с определённым флейвором имеет вид:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f(k; p, \sigma^2) |\nu_j(k)\rangle, \quad f(k; p, \sigma^2) = \left(\frac{2\pi}{\sigma^2}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left[-\frac{(k-p)^2}{4\sigma^2}\right]$$

Состояние в источнике

$$|\nu_\alpha(t; p_s, x_s, t_s)\rangle = \sum_i V_{\alpha i} \int \frac{dk}{2\pi} f(k; p_s, \sigma_s^2) e^{-iE_j(k)(t-t_s)+ikx_s} |\nu_j(k)\rangle$$

и детекторе

$$|\nu_\beta(t; p_d, x_d)\rangle = \sum_j V_{\beta j} \int \frac{dk}{2\pi} f(k; p_d, \sigma_d^2) e^{-iE_j(k)t+ikx_d} |\nu_j(k)\rangle.$$

Амплитуда перехода

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta}(t, L = |x_s - x_d|) &= \langle \nu_\beta(t; p_d, x_d) | \nu_\alpha(t; p_s, x_s, t_s) \rangle = \\ &= \sum_j V_{j\beta}^\dagger V_{\alpha j} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} f^*(k; p_d, \sigma_d^2) f(k; p_s, \sigma_s^2) e^{-iE_j(k)(t-t_s)+ikL} \end{aligned}$$

Вероятность и характерные длины

Наблюдаемой величиной является макроскопически усреднённая вероятность

$$P_{\alpha\beta}(L) = \left\langle \frac{d^2 n_s}{dt dp_s} \right\rangle^{-1} \int dt_s dp_s \left\langle \frac{d^2 n_s}{dt dp_s} \right\rangle |A_{\alpha\beta}(t - t_s, L; p_s, p_d)|^2,$$

что позволяет получить:

$$P_{\alpha\beta}(L) = \sum_{i,j} \frac{V_{i\beta}^\dagger V_{\alpha i} V_{j\alpha}^\dagger V_{\beta j}}{\sqrt[4]{1 + (L/L_{ij}^d)^2}} \exp \left[-\frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}} \right)^2 - D_{ij}^2 \right] e^{-i(\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^d)}.$$

$$L_{ij}^{\text{osc}} = 2\pi \frac{2p}{\Delta m_{ij}^2}, \quad L_{ij}^{\text{coh}} = \frac{p}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} L_{ij}^{\text{osc}}, \quad L_{ij}^d = \frac{p}{2\sqrt{2}\sigma_p} L_{ij}^{\text{coh}}, \quad D_{ij}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{4\sigma_p p} \right)^2$$

$$\varphi_{ij}(L) = 2\pi \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}}, \quad \varphi_{ij}^d(L) = -\frac{1}{1 + (L/L_{ij}^d)^2} \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}} \right)^2 \frac{L}{L_{ij}^d} + \frac{1}{2} \arctan \frac{L}{L_{ij}^d},$$

Выбор начальных состояний

Построим начальное состояние с флейвором α

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t_0; p_s)\rangle &= \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f_s(k; p_s, \sigma_s) V_{\alpha j} |\nu_j(k)\rangle = \\ &= \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f_s(k; p_s, \sigma_s) U_{\alpha j}(\mathbf{x}(t_0); p) |\tilde{\nu}_j(t_0; k)\rangle. \end{aligned}$$

В результате адиабатической эволюции

$$|\nu_\alpha(t; p_s)\rangle = \sum_j \int \frac{dk}{2\pi} f_s(k; p_s, \sigma_s) e^{-i \int_{t_0}^t d\tau \tilde{E}_j(\mathbf{x}(\tau); k)} U_{\alpha j}(\mathbf{x}(t_0); k) |\tilde{\nu}_j(t; k)\rangle,$$

Состояние в детекторе строится аналогично

$$\begin{aligned} |\nu_\beta(p_d)\rangle &= \int \frac{dq}{2\pi} f_d(q; p_d, \sigma_d) V_{\beta i} |\nu_i(q)\rangle = \\ &= \int \frac{dq}{2\pi} f_d(q; p_d, \sigma_d) U_{\beta i}(\mathbf{x}(t); q) |\tilde{\nu}_i(t; q)\rangle \end{aligned}$$

Возможность влияния декогеренции на асимметрию день-ночь была изучена в [hep-ph/9903329](#).

Чтобы преодолеть эффекты усреднения необходимо

- ▶ Измерять энергию *нейтрино* с точностью $\approx 10^{-6}$.
- ▶ Измерять направление прихода нейтрино с точностью $1/500$ от углового размера солнечного диска
- ▶ Иметь разбитие количества событий по времени в интервале \approx несколько часов

Вакуумные члены ... выглядят как

$$\frac{(k-p)^2}{4\sigma^2} - \frac{\left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{2p}\right)^2 + \frac{\Delta m_{ij}^2(k-p)}{p} + \frac{(k-p)^2}{p^2}(p^2 + \Delta m_{ij}^2)}{4\sigma^2} +$$
$$+ iL \left(-\frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} + \frac{\Delta m_{ij}^2(k-p)}{2p^2} - \frac{(k-p)^2 \Delta m_{ij}^2}{2p^3} \right)$$

Осцилляции в подходе с плоскими волнами в вакууме

В стандартном квантовомеханическом подходе состояние с определённым флейвором определяется как:

$$|\nu_\alpha(0)\rangle = \sum_j V_{\alpha j} |\nu_j\rangle \rightarrow |\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_j V_{\alpha j} e^{-iE_j t} |\nu_j\rangle$$

Вероятность зарегистрировать нейтрино с флейвором β

$$P_{\alpha\beta}(L) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_{i,j} V_{i\beta}^\dagger V_{\alpha i} V_{j\alpha}^\dagger V_{\beta j} e^{-i \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} L}$$

Но этот подход обладает рядом внутренних противоречий и вопросов:

- ▶ Одинаковые импульсы или энергии массивных состояний? Противоречие с кинематикой распада пиона
- ▶ Что означает расстояние L , ведь плоские волны делокализованы?
- ▶ Заряженные лептоны и нейтрино входят симметрично в лагранжиан СМ, почему они не рождаются в когерентной суперпозиции?

Осцилляции в среде с переменной плотностью, адиабатическое приближение

Плотность электронов в Солнце может быть приближёно взята в виде

$$n_e(r) = 245N_A \exp\left[-\frac{r}{r_0}\right], \quad r_0 = \frac{R_\odot}{10.56}$$

Известно, что для такого профиля плотности уравнения Шрёдингера

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu(t)\rangle = \hat{H}_M|\nu(t)\rangle$$

может быть исследовано в адиабатическом приближении:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\langle\tilde{\nu}_j(t;p)|\nu(t)\rangle = \tilde{E}_j(t;p)\langle\tilde{\nu}_j(t;p)|\nu(t)\rangle$$

обоснованном при $\dot{\tilde{\theta}}(t) \ll \Delta\tilde{m}^2(t)$;

$$\langle\tilde{\nu}_j(\mathbf{x}(t);p)|\nu(t)\rangle = \exp\left(-i\int_{t_0}^t d\tau\tilde{E}_j(\tau;p)\right)\langle\tilde{\nu}_j(\mathbf{x}(t_0);p)|\nu(\mathbf{x}(t_0))\rangle.$$

Ввиду того, что большую часть пути от Солнца к Земле нейтрино распространяется в вакууме, влияние вещества можно рассматривать как малую поправку. Введя параметр

$$\delta(p, t, t_0) = \Delta m^2 \left(\int_{t_0}^t d\tau \sqrt{\left(\frac{A(\tau)}{\Delta m^2} - \cos 2\theta \right)^2 + \sin^2 2\theta} - (t - t_0) \right).$$

и используя то, что в детекторе на Земле $U_{j\beta}^\dagger(x(t), k) = V_{j\beta}^\dagger$, находим

$$P_{\alpha\beta}(L; \mathbf{x}(t_0)) = \sum_{i,j} V_{i\beta}^\dagger V_{\beta j} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} U_{j\alpha}^\dagger(x(t_0), k) U_{\alpha i}(x(t_0), k) \exp \left[\dots - i\epsilon_{ij} \frac{\delta(k, t_0)}{2k} \right]$$

Под \dots члены, соответствующие вакуумному случаю.