

Смешивание фермионных полей противоположной четности и барионные резонансы

А.Калошин, Е.Кобелева, В.Ломов

Большие Коты, 3-10 июля 2011г.

- Введение
- Смешивание фермионных полей одинаковой четности
- Смешивание фермионных полей разной четности
- πN рассеяние и смешивание барионов $1/2^\pm$
- Применение эффекта для системы барионов $J^P = 3/2^\pm$
- Заключение

Петлевое смешивание полей является хорошо известным явлением как в адронной физике, так и в физике кварков. Смешивание фермионных полей имеет свою специфику по сравнению с бозонными. Во-первых, это наличие γ -матричной структуры в пропагаторах. Здесь полезным техническим приемом является переход к немассовым проекционным операторам Λ^\pm . После этого смешивание сводится к изучению матричных коэффициентов при проекционных операторах, и смешивание фермионов фактически ничем не отличается от смешивания бозонов. Другой, специфический для фермионных полей, аспект смешивания состоит в том, что фермион и антифермион имеют противоположную P -четность. При этом четностью фермионного поля называют четность решения с положительной энергией. Мы подробно поговорим о проявлении эффекта смешивания фермионных полей разной четности в системах барионных резонансов.

Проекционные операторы

Мы будем использовать немассовые проекционные операторы Λ^\pm :

$$\Lambda^\pm = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\hat{p}}{W} \right),$$

где $W = \sqrt{p^2}$ — энергия в системе центра масс.

Свойства проекционных операторов:

$$\Lambda^\pm \Lambda^\pm = \Lambda^\pm, \quad \Lambda^\pm \Lambda^\mp = 0, \quad \Lambda^\pm \gamma^5 = \gamma^5 \Lambda^\mp,$$

$$\Lambda^+ + \Lambda^- = 1, \quad \Lambda^+ - \Lambda^- = \frac{\hat{p}}{W}.$$

Смешивание фермионных полей одинаковой четности

Уравнение Дайсона-Швингера для одетого пропагатора:

$$G(p) = G_0 + G\Sigma G_0, \quad (1)$$

где G_0 — затравочный пропагатор, а Σ — собственно-энергетический вклад. Перепишем уравнение (1), разложив по базису проекционных операторов:

$$G = \sum_{M=1}^2 \mathcal{P}_M G^M, \quad \mathcal{P}_1 \equiv \Lambda^+, \quad \mathcal{P}_2 \equiv \Lambda^-. \quad (2)$$

В этом базисе уравнение Дайсона—Швингера сводится к уравнениям на скалярные функции:

$$G^M = G_0^M + G^M \Sigma^M G_0^M, \quad M = 1, 2, \quad (3)$$

или, эквивалентно,

$$\left(G^{-1}\right)^M = \left(G_0^{-1}\right)^M - \Sigma^M. \quad (4)$$

Смешивание фермионных полей одинаковой четности

Ответ для обратного одетого пропагатора:

$$G^{-1} = \mathcal{P}_1 (W - m - \Sigma^1) + \mathcal{P}_1 (-W - m - \Sigma^2). \quad (5)$$

Собственно-энергетическая часть имеет вид:

$$\Sigma(p) = A(p^2) + \hat{p}B(p^2), \quad (6)$$

Разложение Σ в проекционном базисе:

$$\Sigma^1 = A(W^2) + WB(W^2), \quad \Sigma^2 = A(W^2) - WB(W^2). \quad (7)$$

$$\Sigma^2(W) = \Sigma^1(-W).$$

Результат для одетого пропагатора:

$$G = \mathcal{P}_1 \frac{1}{(W - m - \Sigma^1)} + \mathcal{P}_1 \frac{1}{(-W - m - \Sigma^2)}. \quad (8)$$

Смешивание фермионных полей одинаковой четности

При наличии двух фермионных полей Ψ_i , с учетом взаимодействия, возникает смешивание полей. Тогда уравнение Дайсона-Швингера приобретает матричные индексы:

$$G_{ij} = (G_0)_{ij} + G_{ik}\Sigma_{kl}(G_0)_{lj}, \quad i, j, k, l = 1, 2. \quad (9)$$

Будем полагать, что фермионные поля Ψ_i имеют одинаковые квантовые числа и в лагранжиане четность сохраняется. В этом случае обратный пропагатор имеет вид:

$$\begin{aligned} G^{-1} &= \mathcal{P}_1 S^1(W) + \mathcal{P}_2 S^2(W) = \\ &= \mathcal{P}_1 \begin{pmatrix} W - m_1 - \Sigma_{11}^1 & -\Sigma_{12}^1 \\ -\Sigma_{21}^1 & W - m_2 - \Sigma_{22}^1 \end{pmatrix} + \\ &+ \mathcal{P}_2 \begin{pmatrix} -W - m_1 - \Sigma_{11}^2 & -\Sigma_{12}^2 \\ -\Sigma_{21}^2 & -W - m_2 - \Sigma_{22}^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Смешивание фермионных полей одинаковой четности

Матричные коэффициенты по-прежнему обладают свойством $S^2(W) = S^1(-W)$. Чтобы получить матричный одетый пропагатор $G(p)$, надо обратить матричные коэффициенты в проекционном базисе:

$$G(p) = \mathcal{P}_1(S^1(W))^{-1} + \mathcal{P}_2(S^2(W))^{-1}. \quad (11)$$

Мы видим, что задача смешивания для фермионов с использованием проекционного γ -базиса технически ничем не отличается от смешивания бозонов, кроме очевидной замены $s - m^2 \rightarrow W - m$.

Смешивание фермионных полей противоположной четности

Рассмотрим совместное одевание двух фермионных полей разной четности при условии сохранения четности в вершине. Это приводит к тому, что диагональные петлевые переходы Σ_{ii} содержат только I и \hat{p} , а недиагональные Σ_{12}, Σ_{21} обязательно содержат γ^5 . Проекционный базис надо дополнить элементами, содержащими γ^5 , удобно выбрать его в виде:

$$\mathcal{P}_1 = \Lambda^+, \quad \mathcal{P}_2 = \Lambda^-, \quad \mathcal{P}_3 = \Lambda^+ \gamma^5, \quad \mathcal{P}_4 = \Lambda^- \gamma^5. \quad (12)$$

В этом случае γ -матричное разложение имеет 4 слагаемых:

$$S = \sum_{M=1}^4 \mathcal{P}_M S^M, \quad (13)$$

а коэффициенты S^M являются матрицами.

Смешивание фермионных полей противоположной четности

Разложение обратного пропагатора по базису выглядит так:

$$\begin{aligned} S(p) = & \mathcal{P}_1 \begin{pmatrix} W - m_1 - \Sigma_{11}^1 & 0 \\ 0 & W - m_2 - \Sigma_{22}^1 \end{pmatrix} + \\ & + \mathcal{P}_2 \begin{pmatrix} -W - m_1 - \Sigma_{11}^2 & 0 \\ 0 & -W - m_2 - \Sigma_{22}^2 \end{pmatrix} + \\ & + \mathcal{P}_3 \begin{pmatrix} 0 & -\Sigma_{12}^3 \\ -\Sigma_{21}^3 & 0 \end{pmatrix} + \mathcal{P}_4 \begin{pmatrix} 0 & -\Sigma_{12}^4 \\ -\Sigma_{21}^4 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

где для собственно-энергетического вклада Σ_{ij}^M нижние индексы $i, j = 1, 2$ нумеруют одевающиеся фермионные состояния, а верхние $M = 1 \dots 4$ относятся к γ -матричному разложению.

Смешивание фермионных полей противоположной четности

Матричный одетый пропагатор принимает вид:

$$\begin{aligned} G = & \mathcal{P}_1 \begin{pmatrix} \frac{-W - m_2 - \Sigma_{22}^2}{\Delta_1} & 0 \\ 0 & \frac{-W - m_1 - \Sigma_{11}^2}{\Delta_2} \end{pmatrix} + \\ & + \mathcal{P}_2 \begin{pmatrix} \frac{W - m_2 - \Sigma_{22}^1}{\Delta_2} & 0 \\ 0 & \frac{W - m_1 - \Sigma_{11}^1}{\Delta_1} \end{pmatrix} + \\ & + \mathcal{P}_3 \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Sigma_{12}^3}{\Delta_1} \\ \frac{\Sigma_{21}^3}{\Delta_2} & 0 \end{pmatrix} + \mathcal{P}_4 \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Sigma_{12}^4}{\Delta_2} \\ \frac{\Sigma_{21}^4}{\Delta_1} & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (15)$$

Барионные резонансы $J^P = 1/2^\pm$

Рассмотрим влияние эффекта смешивания полей разной четности при рождении двух барионных резонансов $J^P = 1/2^\pm$ и изоспином $1/2$ в πN - столкновениях.

Эффективные лагранжианы взаимодействия имеют вид¹:

$$\mathcal{L}_{int} = ig_1 \bar{N}_1(x) \gamma^5 N(x) \varphi(x) + h.c. \quad \text{для } J^P(N_1) = 1/2^+$$

$$\mathcal{L}_{int} = g_2 \bar{N}_2(x) N(x) \varphi(x) + h.c. \quad \text{для } J^P(N_2) = 1/2^-$$

¹Нас интересует фиксированный изоспин, поэтому изотопические индексы не пишем.

В n -канальном случае амплитуда рассеяния является матрицей размерности n :

$$T = \bar{u}(p_2) R u(p_1), \quad (16)$$

где $\bar{u}(p_2)$ и $u(p_1)$ — четырехкомпонентные спиноры, а R — матрица той же размерности, построенная из пропагатора и констант связи.

В двух-канальном приближении (πN и ηN каналы) матрица R имеет вид:

$$R = - \begin{pmatrix} ig_{1,\pi}\gamma^5 & g_{2,\pi} \\ ig_{1,\eta}\gamma^5 & g_{2,\pi} \end{pmatrix} G \begin{pmatrix} ig_{1,\pi}\gamma^5 & ig_{1,\eta}\gamma^5 \\ g_{2,\pi} & g_{2,\eta} \end{pmatrix} \quad (17)$$

и обобщение на случай n каналов и m смешивающихся состояний достаточно очевидно. Здесь G — полный пропагатор, мы ввели краткие обозначения для констант связи, например, $g_{1,\pi} \equiv g_{N_1\pi N}$, $g_{2,\pi} \equiv g_{N_2\pi N}$.

s -волновые амплитуды (квантовые числа рождающихся резонансов $J^P = 1/2^-$) в стандартных обозначениях имеют вид:

$$\begin{aligned}
 f_{s,+}(\pi N \rightarrow \pi N) &= \frac{(E_1 + m_N)}{8\pi W \Delta_2} [g_{1,\pi}^2(W - m_2 - \Sigma_{22}^1) - \\
 &\quad - g_{2,\pi}^2(-W - m_1 - \Sigma_{11}^2) - ig_{1,\pi}g_{2,\pi}(\Sigma_{21}^3 + \Sigma_{12}^4)], \\
 f_{s,+}(\pi N \rightarrow \eta N) &= \frac{\sqrt{(E_1 + m_N)(E_2 + m_N)}}{8\pi W \Delta_2} [g_{1,\pi}g_{1,\eta}(W - m_2 - \Sigma_{22}^1) \\
 &\quad - g_{2,\pi}g_{2,\eta}(-W - m_1 - \Sigma_{11}^2) - ig_{2,\eta}g_{1,\pi}\Sigma_{21}^3 - \\
 &\quad - ig_{1,\eta}g_{2,\pi}\Sigma_{12}^4, \\
 \Delta_2 &= (-W - m_1 - \Sigma_{11}^2)(W - m_2 - \Sigma_{22}^1) - \Sigma_{12}^4\Sigma_{21}^3,
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Одновременно вычисляются и p -волновые амплитуды ($J^P = 1/2^+$), которые выглядят так:

$$\begin{aligned}
 f_{p,-}(\pi N \rightarrow \pi N) &= -\frac{(E_1 - m_N)}{8\pi W \Delta_1} [g_{1,\pi}^2(-W - m_2 - \Sigma_{22}^2) - \\
 &\quad - g_{2,\pi}^2(W - m_1 - \Sigma_{11}^1) - ig_{1,\pi}g_{2,\pi}(\Sigma_{21}^4 + \Sigma_{12}^3)], \\
 f_{p,-}(\pi N \rightarrow \eta N) &= -\frac{\sqrt{(E_1 - m_N)(E_2 - m_N)}}{8\pi W \Delta_1} \times \\
 &\quad \times [g_{1,\pi}g_{1,\eta}(-W - m_2 - \Sigma_{22}^2) \\
 &\quad - g_{2,\pi}g_{2,\eta}(W - m_1 - \Sigma_{11}^1) - ig_{2,\eta}g_{1,\pi}\Sigma_{21}^4 - \\
 &\quad - ig_{1,\eta}g_{2,\pi}\Sigma_{12}^3], \\
 \Delta_1 &= (W - m_1 - \Sigma_{11}^1)(-W + m_2 - \Sigma_{22}^2) - \Sigma_{12}^3\Sigma_{21}^4.
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Амплитуды в древесном приближении

Для сравнения выпишем амплитуду $\pi N \rightarrow \pi N$ в древесном приближении:

$$f_{s,+}^{tree}(\pi N \rightarrow \pi N) = \frac{(E_1 + m_N)}{8\pi W} \left[\frac{g_{1,\pi}^2}{(-W - m_1)} - \frac{g_{2,\pi}^2}{(W - m_2)} \right]. \quad (20)$$

$$f_{p,-}^{tree}(\pi N \rightarrow \pi N) = \frac{(E_1 - m_N)}{8\pi W} \left[-\frac{g_{1,\pi}^2}{(W - m_1)} + \frac{g_{2,\pi}^2}{(-W - m_2)} \right]. \quad (21)$$

Можно убедиться, что построенные парциальные амплитуды удовлетворяют многоканальному условию унитарности:

$$\text{Im} f_{ij} = \sum_k p_k f_{ik} \cdot f_{kj}^*, \quad (22)$$

где p_k – СЦМ импульс частиц k -го промежуточного состояния. Что касается p -волновых амплитуд, то они определяются с помощью замены $W \rightarrow -W$ или, что то же самое, соотношением симметрии Мак-Дауэла: соотношением, связывающим парциальные волны, $f_{l,+}(-W) = f_{l+1,-}(W)$ есть следствие симметрии пропагатора в проекционном базисе $G^2(W) = G^1(-W)$.

Собственно-энергетический вклад с точностью до вычитаний выражается через компоненты стандартных петлевых функций $\Sigma_\pi(W)$ и $\Sigma_\eta(W)$:

$$\begin{aligned}\Sigma_{11}^1 &= -g_{1,\pi}^2 \Sigma_\pi^2 - g_{1,\eta}^2 \Sigma_\eta^2, \\ \Sigma_{11}^2 &= -g_{1,\pi}^2 \Sigma_\pi^1 - g_{1,\eta}^2 \Sigma_\eta^1, \\ \Sigma_{22}^1 &= g_{2,\pi}^2 \Sigma_\pi^1 + g_{2,\eta}^2 \Sigma_\eta^1, \\ \Sigma_{22}^2 &= g_{2,\pi}^2 \Sigma_\pi^2 + g_{2,\eta}^2 \Sigma_\eta^2, \\ \Sigma_{12}^3 &= ig_{1,\pi} g_{2,\pi} \Sigma_\pi^2 + ig_{1,\eta} g_{2,\eta} \Sigma_\eta^2, \\ \Sigma_{12}^4 &= ig_{1,\pi} g_{2,\pi} \Sigma_\pi^1 + ig_{1,\eta} g_{2,\eta} \Sigma_\eta^1, \\ \Sigma_{21}^3 &= \Sigma_{12}^4, \\ \Sigma_{21}^4 &= \Sigma_{12}^3,\end{aligned}\tag{23}$$

где, в частности, функция $\Sigma_\pi(p)$ (соответствующая πN промежуточному состоянию) имеет вид:

$$\Sigma_\pi(p) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(\hat{p} - \hat{k} - m_N)(k^2 - m_\pi^2)} = \Lambda^+ \Sigma_\pi^1(W) + \Lambda^- \Sigma_\pi^2(W).$$

Удобно вначале вычислить A и B , а затем перейти к проекциям $\Sigma^{1,2}$. Поэтому вначале мы вычисляем скачок петли по правилу Ландау–Куткоски:

$$\Delta A(p^2) = -\frac{im_N |\vec{p}_\pi|}{4\pi W}, \quad \Delta B(p^2) = -\frac{i|\vec{p}_\pi|(p^2 + m_N^2 - m_\pi^2)}{8\pi p^2 W},$$

затем восстанавливаем функции $A(p^2)$ и $B(p^2)$ через дисперсионное соотношение и, наконец, вычисляем $\Sigma^{1,2}$:

$$\Sigma^1 = A(W^2) + WB(W^2), \quad \Sigma^2 = A(W^2) - WB(W^2).$$

Оценки эффектов

Если говорить о применении наших формул со смешиванием к описанию барионных резонансов, то это прежде всего πN – рассеяние, где достигнута высокая точность и проведен детальный парциальный анализ (Ардт и др).

Используем формулы (18),(19) для расчета πN парциальных волн s - и p -, где могут рождаться барионы $J^P = 1/2^\pm$. Нас интересуют пока лишь оценки наблюдаемых эффектов, поэтому ограничимся одноканальными формулами, а имеющиеся параметры зафиксируем так, чтобы они грубо соответствовали параметрам резонансов.

$$\begin{array}{lll} S_{11}(1535) & J^P = 1/2^- : & M_2 = 1.535 \text{ GeV}, \\ & \Gamma_2 = 150 \text{ MeV} \Rightarrow g_{2,\pi} = 1.77 \text{ GeV} & \\ P_{11}(1440) & J^P = 1/2^+ : & M_1 = 1.440 \text{ GeV}, \\ & \Gamma_1 = 300 \text{ MeV} \Rightarrow g_{1,\pi} = 13.0 \text{ GeV} & (24) \end{array}$$

Для оценок мы использовали связь ширин и констант связи в отсутствие смешивания:

$$\begin{aligned}\Gamma(N_1(1/2^-) \rightarrow \pi N) &= \frac{g_{1,\pi}^2}{4\pi} \cdot \frac{|\vec{p}_\pi|(E_1 + m_N)}{M}, \\ \Gamma(N_2(1/2^+) \rightarrow \pi N) &= \frac{g_{2,\pi}^2}{4\pi} \cdot \frac{|\vec{p}_\pi|(E_1 - m_N)}{M}.\end{aligned}\tag{25}$$

Смешивание барионов $(1/2)^\pm$

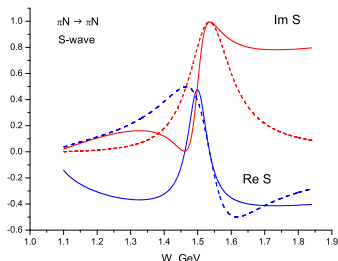


Рис. 1: Результаты расчетов для s -волновой парциальной волны πN -рассеяния. Сплошные линии – реальная и мнимая части парциальной амплитуды согласно формулам (18),(19) в одноканальном приближении с параметрами (24). Пунктирные линии соответствуют амплитудам без учета эффекта смешивания (20),(21).

Смешивание барионов $(1/2)^\pm$

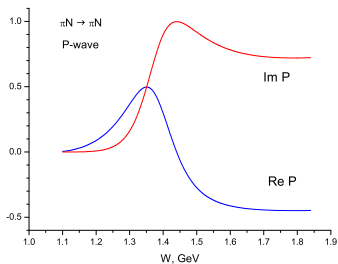


Рис. 2: Реальная и мнимая части p -волновой парциальной волны. Сплошные и пунктирные линии совпадают друг с другом. Обозначение те же.

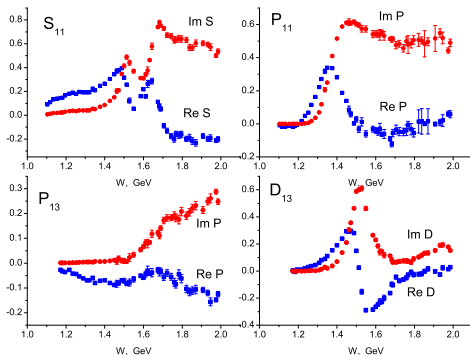


Рис. 3: Результаты парциального анализа πN в канале с изоспином $I = 1/2$ (R.A. Arndt et al. Phys.Rev.C74,2006,045205; <http://gwdac.phys.gwu.edu>). Парциальные волны удовлетворяют условию унитарности $Im T = |T|^2 + (1 - \eta^2)/4$.

Смешивание барионов $(3/2)^\pm$

P-волновые амплитуды ($J^P = 3/2^+$) имеют вид:

$$\begin{aligned} f_{p,+}(\pi N \rightarrow \pi N) &= |p_\pi|^2 \frac{(E_1 + m)}{24\pi W \Delta_2} \times \\ &\times [g_{1,\pi}^2(-m_2 - W - \Sigma_{22}^1) - \\ &- g_{2,\pi}^2(-m_1 - W - \Sigma_{11}^2) + \\ &+ i g_{1,\pi} g_{2,\pi} (\Sigma_{12}^3 + \Sigma_{12}^4)], \\ f_{p,+}(\pi N \rightarrow \eta N) &= |p_\pi| |p_\eta| \frac{\sqrt{(E_1 + m)(E_2 + m)}}{24\pi W \Delta_2} \times \\ &\times [g_{1,\pi} g_{1,\eta} (-m_2 - W - \Sigma_{22}^1) - \\ &- g_{2,\pi} g_{2,\eta} (-m_1 - W - \Sigma_{11}^2) + \\ &+ i g_{1,\pi} g_{2,\eta} (\Sigma_{12}^2 + \Sigma_{12}^4)], \end{aligned} \tag{26}$$

Смешивание барионов $(3/2)^\pm$

D-волновые амплитуды ($J^P = 3/2^-$):

$$\begin{aligned} f_{d,-}(\pi N \rightarrow \pi N) &= |p_\pi|^2 \frac{(E_1 - m)}{24\pi W \Delta_1} \times \\ &\quad \times [g_{1,\pi}^2(-m_2 + W - \Sigma_{22}^2) - \\ &\quad - g_{2,\pi}^2(-m_1 + W - \Sigma_{11}^1) + \\ &\quad + i g_{1,\pi} g_{2,\pi} (\Sigma_{12}^4 + \Sigma_{12}^3)], \\ f_{d,-}(\pi N \rightarrow \eta N) &= |p_\pi| |p_\eta| \frac{\sqrt{(E_1 - m)(E_2 - m)}}{24\pi W \Delta_1} \times \\ &\quad \times [g_{1,\pi} g_{1,\eta} (-m_2 + W - \Sigma_{22}^2) - \\ &\quad - g_{2,\pi} g_{2,\eta} (-m_1 + W - \Sigma_{11}^1) + \\ &\quad + i g_{1,\pi} g_{2,\eta} (\Sigma_{12}^4 + \Sigma_{12}^3)]. \end{aligned} \tag{27}$$

где E_1 и E_2 - энергия нуклона в состоянии πN и ηN , а p_π и p_η - импульс нуклона в этих же состояниях.

Смешивание барионов $(3/2)^\pm$

Учтем W -зависящий форм-фактор в вершине (фактор центробежного барьера). Выберем его в виде:

$$g \rightarrow g \cdot F(W) = g \cdot \frac{1 + aM^2 + bM^4}{1 + aW^2 + bW^4}. \quad (28)$$

В рассматриваемой области энергии существует несколько открытых каналов. Для простоты мы ограничимся 3-х канальным приближением (πN , ηN и σN). При этом третий канал σN представляет собой некоторый эффективный канал, порог которого служит подгоночным параметром. Для фитирования экспериментальных данных нам нужны формулы амплитуд $\pi N \rightarrow \pi N$ (26), (27).

Результаты фитирования волны D_{13}

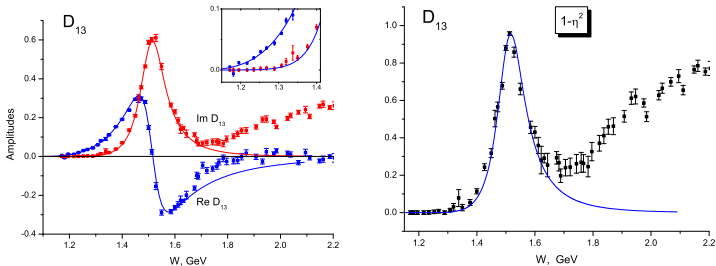


Рис. 4: Слева: Парциальная волна D_{13} πN рассеяния и результаты фитирования нашими формулами с учетом πN и σN каналов ($W < 1.7$ GeV). Справа: неупругость от PWA и наша кривая.

Результаты фита реальной и мнимой части D_{13} волны:

$$\begin{aligned}m_1 &= 1.5161 \pm 0.0005 \text{ GeV}, & g_{1,\pi} &= 20.23 \pm 0.10 \text{ GeV}, \\g_{1,\sigma} &= 21.60 \pm 0.25 \text{ GeV}, \\ \chi^2/\text{DOF} &= 213/59. \quad (29)\end{aligned}$$

Параметры форм-фактора D_{13} волны:

$$a = -1.005 \pm 0.009 \text{ GeV}^{-2}, \quad b = 0.434 \pm 0.021 \text{ GeV}^{-4} \quad (30)$$

Результаты фитирования (описания) P_{13} с фиксированными параметрами резонанса D_{13} волны.

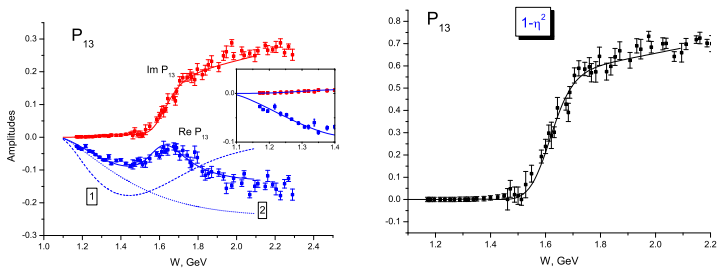


Рис. 5: Парциальная волна P_{13} в πN рассеянии и результаты фитирования нашими формулами с учетом πN и σN каналов ($W < 2.0$ GeV). Параметры D_{13} резонанса фиксированы. Кривые 1 и 2 показывают реальную часть от фонового вклада от резонанса D_{13} ($g_{2,\pi} = g_{2,\sigma} = 0$) с учетом форм-фактора. Справа: неупругость от PWA и наши кривые.

Результаты фита P_{13} волны:

$$\begin{aligned}m_2 &= 1.721 \pm 0.005 \text{ GeV}, & g_{2,\pi} &= 3.73 \pm 0.10 \text{ GeV}, \\g_{2,\sigma} &= 9.23 \pm 0.25 \text{ GeV}, \\ \chi^2/\text{DOF} &= 210/91. \quad (31)\end{aligned}$$

Параметры форм-фактора от P_{13} волны:

$$a = 1.51 \pm 0.30 \text{ GeV}^{-2}, \quad b = 0.001 \pm 0.017 \text{ GeV}^{-4} \quad (32)$$

Заметим, что оба фита хорошо согласуются в параметрах резонанса, за исключением вершины форм-фактора.

Полученные параметры не противоречат значениям массы и ширинам $D_{13}(1520)$, $P_{13}(1720)$ в таблицах PWA.

Совместное фитирование P_{13} ($W < 2.0$ GeV) и D_{13} ($W < 1.6$ GeV)

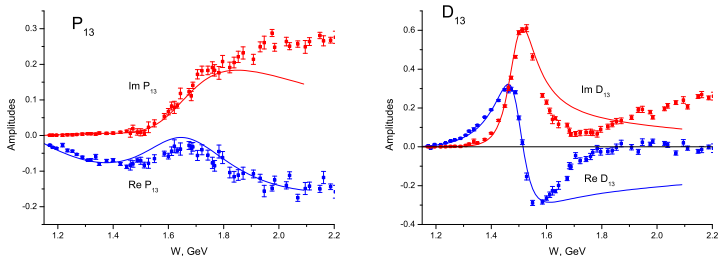


Рис. 6: Пример совместного описания P_{13} ($W < 2.0$ GeV) и D_{13} ($W < 1.6$ GeV) парциальных волн нашими формулами с учетом смешивания разной четности в двух-канальном приближении. в этом случае $\chi^2/\text{DOF} = 1220/139$.

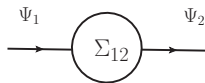
Заключение

В настоящей работе мы проанализировали эффект смешивания, когда на петлевом уровне смешиваются два фермионных поля противоположной четности. Для фермионов это возможно если сохраняется четность в вершине. В результате мы имеем матричный пропагатор необычной формы, который содержит γ^5 . Но так как четность сохраняется в вершинах, γ^5 матрицы исчезают после умножения на вершины, и мы получаем амплитуды содержащие вклады от резонанса и фона. Отметим, что в результате решения уравнения Дайсона-Швингера мы автоматически получаем унитарные амплитуды.

Мы использовали полученные амплитуды для описания двух парциальных волн P_{13} и D_{13} . Мы можем сказать, что эффект виден, но для более качественного описания необходима тонкая настройка их свойств.

Смешивание фермионов противоположной четности

Недиагональный собственно-энергетический вклад:



Четность в лагранжиане сохраняется.

Смешивание полей с одинаковыми квантовыми числами:

$$\begin{aligned}\Sigma_{12} &= A(p^2) + \hat{p}B(p^2) = \\ &= \Lambda^+ [A(W^2) + WB(W^2)] + \Lambda^- [A(W^2) - WB(W^2)]\end{aligned}$$

Смешивание полей разной четности:

$$\begin{aligned}\Sigma_{12} &= \gamma^5 C(p^2) + \hat{p}\gamma^5 D(p^2) = \\ &= \Lambda^+ \gamma^5 [C(W^2) + WD(W^2)] + \Lambda^- \gamma^5 [C(W^2) - WD(W^2)]\end{aligned}$$

$\Sigma_{12} \neq 0$ для смешивания полей разной четности.

Особенность фермионов !

Смешивание фермионных полей противоположной четности

Здесь

$$\Delta_1 = (W - m_1 - \Sigma_{11}^1)(-W - m_2 - \Sigma_{22}^2) - \Sigma_{12}^3 \Sigma_{21}^4,$$

$$\Delta_2 = (-W - m_1 - \Sigma_{11}^2)(W - m_2 - \Sigma_{22}^1) - \Sigma_{12}^4 \Sigma_{21}^3 = \Delta_1(W \rightarrow -W)$$

Приведем выражения для мнимых частей $\Sigma^{1,2}$:

$$\text{Im } \Sigma_{\pi}^1 = -\frac{|\vec{p}_{\pi}|(E_1 + m_N)}{8\pi W}, \quad \text{Im } \Sigma_{\pi}^2 = \frac{|\vec{p}_{\pi}|(E_1 - m_N)}{8\pi W}, \quad (33)$$

где \vec{p}_{π} – импульс пиона в СЦМ.

В проекционном базисе (12) коэффициенты разложения связаны между собой заменой $W \rightarrow -W$. Поэтому для перенормировки собственно-энергетической части достаточно перенормировать только $\Sigma^1(W)$, $\Sigma^3(W)$, после этого компоненты $\Sigma^2(W)$, $\Sigma^4(W)$ полностью фиксированы. Мы будем использовать процедуру вычитания на массовой поверхности.

Условия вычитания для s -волновых амплитуд имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{Re}\Sigma_{22}^1(W) & \text{ имеет нуль 2-го порядка в т. } W = m_2, \\ \text{Re}\Sigma_{11}^2(W) & \text{ имеет нуль 2-го порядка в т. } W = -m_1, \\ \text{Im}\Sigma_{21}^3 & \text{ имеет нули в т. } m_2 \text{ и } -m_1. \end{aligned} \quad (34)$$